

# 海底地形の不連続部に於ける波の二次波峰の発生限界について

榎 国 夫

On the limiting conditions for generating secondary waves — In the abrupt part of the geographical features of sea bottom —

Kunio ENOKI

## 1 緒 言

近年、海洋開発の急激な発展に伴ない開発地点が海岸線から沖側へ移動して行くのは、極く自然ななりゆきである。しかしこの様な地点は深海から内海に移行する即ち大陸棚、或いは島棚に相当する場所であり、これらの棚付近の海底形状の急激な変化は、深海から進入して来る津波やうねり等の長波に大きな影響を与え、その波形は変化する。この変形は当然海上或いは海中構造物にも多大の影響を与え、その存在を危うくする場合もありうる。その保全のためにもこれらの波の挙動を解明することは大切なことである。この長波の変形に対してこれ迄多くの人々によって理論的、実験的に研究されているが、未だはっきりした結論は出ていない。そこでこの問題に対して一つの model を考え実験的に研究を進める。

本来、波の運動の様相は、複雑多岐にわたり、理論的に解明することは非常に困難である。波の運動においては、水深、周期及び波長が大きな factor となるわけであるが、今回の実験では海底形状の変化が波の運動にいかなる影響を与えるかという点に主眼をおいた。又この実験では水路の中に一樣の高さをもった棚が存在するという最も simple な形式に設定し、造波機から発生する波は長波の領域にあると云う条件の下に行なわれた。一般に、津波やうねりのような波長の長い波が陸棚のような海底形状の急変する地点に入射した場合、短周期の性質をもった波が発生し、複雑な様相を呈する。急激に水深の浅くなる地形上を波が進行する場合、波谷に二次波峰という短い周期を持つ特有の波が発生し、この二次波峰発生の状況を解析することは波の性質を知る上に重要である。二次波峰の発生が波それ自身の性質によるものなのか、或いは外的原因（例えば陸棚の存在）によるものかはいまだ明確にされておらず、それを解明することも目的の一つになった。

二次波峰の発生に関する研究は、いままで堀川、Wiegel, Mason, Keulegan 等によってなされているが、それらの理論及実験と今回の実験結果との比較もなされた。その他、実験において与えた波の領域を知るために理論波形の比較、又反射率、透過率に関して理論値と実測値との比較も行ない、同時に波の変形を量的に解析するために Power Spectrum を求めた。

## 2 実 験

### i) 実 験 装 置

実験用水路は巾1m、長さ15mの水路の中に厚さ1.2cmの耐水ベニヤで製作したもので巾30cm、高さ22cm、長さ13mである。底面における高底の精度は、 $\pm 1$ mm以内におさめた。実験用水路の略図は Fig. 1 に示してある。陸棚は造波機から4mの位置に設定され、その高さは2.4cm、3.4cm、6.2cmの3種類を使用し、長さは実験で与える波が1波以上のるように3mとした。なお、造波機から4mの位置を選んだのは、入射波の安定をはかるためである。棚面は、水深比を大きくした場合、最小水深が1.7cmになるため $\pm 0.5$ mmの精度におさえた。造波装置としてはフラッター式造波機を用いた。この造波機は最大周期が3.05 secであり、周期2.0 sec以下になると波形が乱れ、安定した波形が得られず、今回の実験では2.38 secを最短周期として用いた。

波高の測定器としては、負圧式波高計を用い、水面の昇降を圧力変化として検出測定するものを使用した。この負圧式波高計をDPM—E型抵抗線動歪測定器、DA—103型直流増巾器、IR 103ペン書オシログラフに組合せて実験波を記録した。水面の昇降と記録振巾の間の感度は水位1.0mmの変化に対して記録5~10mm程度が得られ、これは1回の実験時間2~3時間に対しては、感度検定の結果かなり安定して使用できることが確かめられた。又整波及び消波装置として水路の前後に金

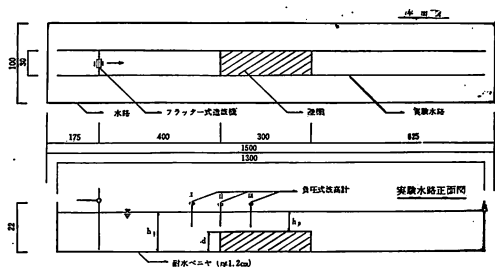


Fig. 1 水路略図 (cm単位)

鋼をめぐらし、その内部に発泡ポリスチロールの damper 材を置いた。更に実験水槽の両端を open にし、波を外部水槽に拡散させたところ、その反射を殆んどなくすることができた。

ii) 負圧式波高計の特性

(1) 周波数特性に関する検定

Fig. 2 に示した図は、今回の実験で用いた負圧式波高計の感度検定図である。縦軸には負圧式波高計による波高と抵抗線式波高計による波高の比を、横軸には周期と感度低下率を示してある。ここで感度低下率というのは抵抗線式波高計による波高に対する負圧式波高計による波高の減少の比率を云う。

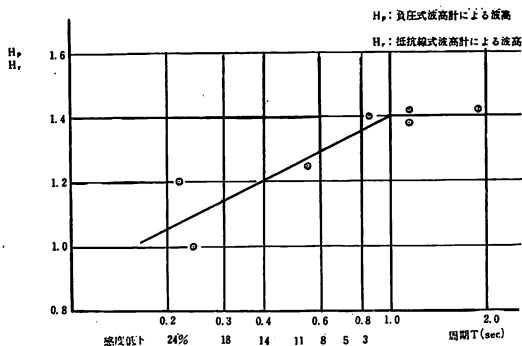


Fig. 2 負圧式波高計感度検定図

図からわかるように、周期  $T = 1.0 \text{ sec}$  以上では  $H_P/H_R = 1.4$  で一定となり感度低下はみられない。しかし  $T = 1.0 \text{ sec}$  より小さいところでは図に示したように感度低下を起す。今回の実験で使用した最短周期は  $2.38 \text{ sec}$  である。今回の実験は、海府形状の変化によって発生する短周期成分の解析が主要な目的であり、解析領域としては与えた基本周期の  $1/4$  までとすると  $T = 2.38/4 \approx 0.6 \text{ sec}$  となり、感度低下は最大  $8\%$  におさえることができる。

(2) 水分子運動による動水圧の影響

負圧式波高計の原理は、静水面の昇降による水中の圧力変化を波形に換算するものである。この場合、水中の圧力分布は静水圧分布をなすという仮定を必要とする。しかし波動の場合、水中の任意の点の圧力は静水圧の他に動水圧を考えなければならない。今回の実験のように厳密な精度が要求される場合には、この動水圧の大きさは実験の精度に大きな影響を与える。

動水圧の計算：

微小振中波においては次の式が成立する。

$$\frac{P}{\rho} = \frac{\partial \phi}{\partial t} - gy - \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

$\phi$  : 速度ポテンシャル

$P$  : 圧力

$\rho$  : 密度

又、水深が波長にくらべて小さい時には速度ポテンシャル  $\phi$  は次式で表わされる。

$$\phi = \frac{Hg}{2\sigma} \cos(kx - \sigma t) \quad (2)$$

今、速度の2乗項を無視し、(2)を(1)に代入すると

$$\frac{P}{\rho} = \frac{Hg}{2} \sin(kx - \sigma t) - gy$$

$$\therefore P = \frac{\rho Hg}{2} \sin(kx - \sigma t) - \rho gy \quad (3)$$

(3)式において、第一項が動水圧であり、第2項は静水圧である。

$y = -k$  における圧力は

$$P = \frac{\rho Hg}{2} \sin(kx - \sigma t) + \rho gh$$

ここで動水圧と静水圧の比の最大値は

$$H/2/h \quad (4)$$

となり、この誤差を  $5\%$  におさえようとする  $H/2/h \leq 0.05$

$$H \leq 0.1 h \quad (5)$$

(5)式より、動水圧の大きさを静水圧の  $5\%$  以内におさえようとする  $H$  を水深  $h$  の  $1$  割以下におさえれば良いことになる。

iii) 波動特性及び実験条件

今回の実験で使用した波の条件一覧を table 1 で示す。

今回の実験で使用した波は、前述したように長波の領域であるから  $h/L < 1/25$  ( $h$ : 水深,  $L$ : 波長) を満足しなければならない。

今回の実験範囲では、 $h/L$  に関しては最大値が  $0.040$  となり長波の条件を満足する。

iv) 測定方法及び測定結果

Fig.1 に示したように、3台の波高計を、I, II, III

Table 1 実験条件一覧表

No	周期 T	水深 $h_1$	棚高	水深比 $h_1/h_2$
5	2.87 <sup>sec</sup>	7.40 <sup>cm</sup>	2.4 <sup>cm</sup>	1.50
9	2.38	7.40	2.4	1.50
10	2.38	4.80	2.4	2.00
11	2.87	10.20	3.4	1.50
12	2.87	6.80	3.4	2.00
15	3.05	9.30	6.2	3.00
21	3.05	10.20	3.4	1.50
22	3.05	6.80	3.4	2.00
23	3.05	5.10	3.4	3.00
26	2.60	10.20	3.4	1.50

の位置に設置した。測定点の選定については、Ⅰでは棚の直立面からの反射による部分重複波の影響を調べるため、Ⅱでは不連続点における入射波の変化を、Ⅲでは透過波の性状を調べることを目的として決定した。測定結果を table 2 で示す。

### 3 波動の安定条件

今回の実験で測定した波がいかなる領域にあるかということ調べることは、二次波峰の発生限界を考察するうえで重要である。二次波峰の発生限界に関してはこれまで種々の理論式、実験式があるが、結果をあげると

(1) Mich の式

$$\frac{H}{L} = \frac{\sin h^2 kh}{3\pi} \tan h kh$$

但し  $k = 2\pi/L$

長波の場合は

$$\frac{L^2 H}{h^3} = \frac{8}{3} \pi^2 = 26.29$$

Table 2 実験結果一覧表

No	周期 T	水深 $h_1$	水深比 $h_1/h_2$	沖波長 $L_1$	棚上波長 $L_2$	沖波高 $H_1$	棚上波高 $H_2$
5	2.87 <sup>sec</sup>	7.4 <sup>cm</sup>	1.50	2.44 <sup>m</sup>	2.01 <sup>m</sup>	0.78 <sup>cm</sup>	0.72 <sup>cm</sup>
105	"	"	1.00	2.52		0.70	
9	2.38	7.4	1.50	2.00	1.67	0.98	0.90
109	"	"	1.00	1.97		0.94	
10	2.38	4.8	2.00	1.64	1.14	0.25	0.21
110	"	"	1.00	1.70		0.34	
11	2.87	10.2	1.50	2.70	2.67	1.27	1.18
111	"	"	1.00	2.84		0.91	
12	2.87	6.8	2.00	2.07	1.81	0.74	0.81
112	"	"	1.00	2.64		0.66	
15	3.05	9.3	3.00	2.56	2.20	0.87	1.11
115	"	"	1.00	2.78		0.92	
21	3.05	10.2	1.50	2.44	2.04	0.96	1.20
121	"	"	1.00	3.20		1.004	
22	3.05	6.8	2.00	2.71	2.04	0.68	0.74
122	"	"	1.00	2.32		0.49	
23	3.05	5.1	3.00	2.01	1.37	0.39	0.39
123	"	"	1.00	2.14		0.27	
26	2.60	6.8	1.50	2.47	1.10	2.21	1.09
126	"	"	1.00	2.55		1.125	

但：実験 No の 3 桁のものは同じ条件下の棚のないものである。

(2) Languet-Higgins の式

$$\frac{L^2 H}{h^3} > \frac{16\pi^2}{3} \quad L: \text{波長}$$

$$\frac{L^2 H}{2h^3} > \frac{32\pi^2}{3} = 105.2 \quad H: \text{波高}$$

$$h: \text{水深}$$

この  $L^2 H/h^3$  のことを Ursell のパラメーターといい二次波峰発生を論ずる場合良く用いられる。Table 3 に示したのは、今回の実測波の Ursell のパラメーターの値

Table 3

水深比	No	棚 無 $L^2 H/h^3$	二次波峰 の有 無	棚 上 $L^2 H/h^3$	二次波峰 の有 無
1.5	5	109.7	有	233	不明瞭
	9	90.03	有	169	有
	11	69.16	無	267	不明瞭
	21	96.88	有	159	不明瞭
	26	68.93	有	169	有
2.0	10	88.85	有	197	有
	12	146.29	有	675	有
	22	83.88	無	784	有
3.0	15	88.4	無	1803	有
	23	93.21	無	1490	有

と二次波峰の有無を比較したものである。これによると、棚無の場合の二次波峰発生限界は 100 前後となり、これは Longuet-Higgins の限界値にほぼ一致する。棚上の波に関しては、今二次波峰発生限界を 100 前後とすると、ほとんどすべての波が二次波峰の発生する領域と考えられる。しかし水深比 1.5 のグループでは二次波峰が明確に出ていないものもあるためそれに対して不明瞭としておいた。

今回の実測波形を Mason-Keulegan による波形の安定条件と比較してみると、水深比 2.0, 2.5, 3.0 の棚上の波形はすべて変形ないし砕波していることになる。水深比 1.5 の波に関しては Ursell のパラメーターによると二次波峰が発生する領域にあるが、記録波形をみると二次波峰が明確に発生しているものと、不明瞭なものがあり、regular から irregular への遷移領域にあると思われる。

Mason-Keulegan は  $\sqrt{H_1 L_1/2} / h^2 = 2.0$  を境として regular 領域と irregular 領域を区分したわけであるが、ほぼ今回の結果と一致する。

又、 $\sqrt{H_1 L_1/2} / h_2 > 2.5$  の領域ではことごとく変形な

水深比 1.5 2.0 3.0

regular ○ △ □

irregular ● ▲ ■

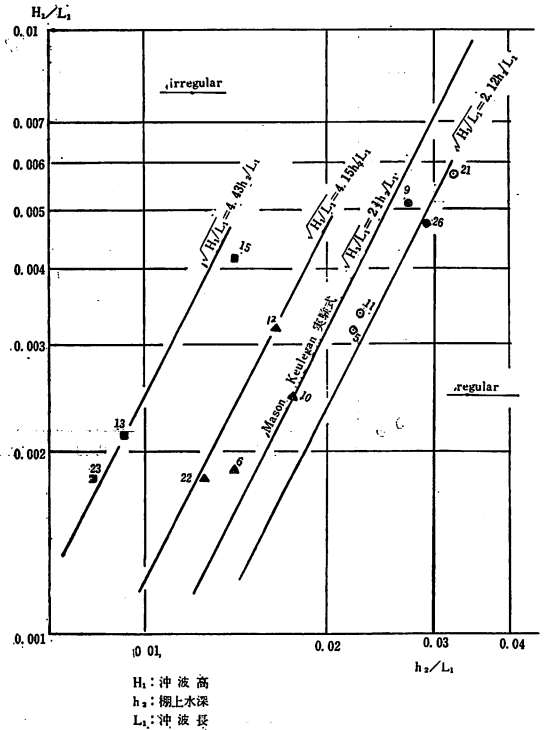


Fig. 3 実測値と Mason-Keulegan の実験式との比較

いし砕波することが確かめられた。次に縦軸に波形勾配  $H_1/L_1$ 、横軸に相対水深  $h_2/L_1$  をとって波の安定を調べたのが Fig. 3 である。

これを用いると前述の Mason-Keulegan の限界式は

$$\sqrt{H_1/L_1} = 2^{3/2} \cdot h_2/L_1$$

で示され、 $\sqrt{H_1/L_1} < 2^{3/2} \cdot h_2/L_1$  では波形は regular であるとしている。しかしながら、実測波形を各水深比ごとのグループに分けて図にプロットしたところ、本実験における限界線は Mason-Keulegan よりも下に来、 $\sqrt{H_1/L_1} = 2.12 h_2/L_2$  であらわされる。又、水深比が大きくなるにつれて、直線の勾配が大きくなり irregular 領域へ入っていくことがわかり、波形の変形が水深比の関数になっていることが認められた。

#### 4 理論的波形への適応

ここで、実測波形がいかなる理論波形に近似できるかを検討してみる。Fig. 4 は今回の実験で得られた波に対する理論の適用限界を示している。この図から実測波へ

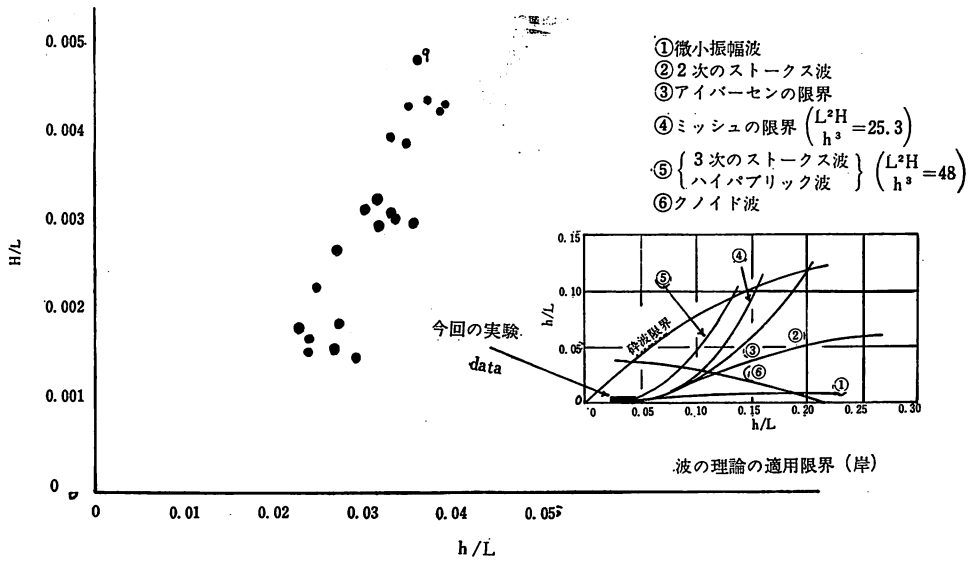


Fig. 4 実測波形に対する理論の適用限界

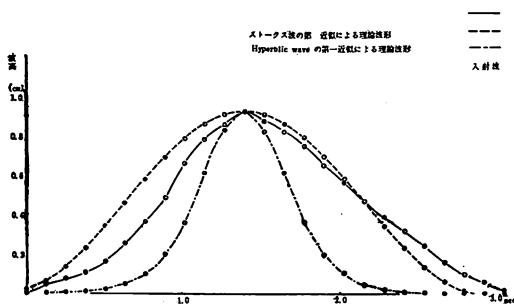


Fig. 5 No. 15 実測波形

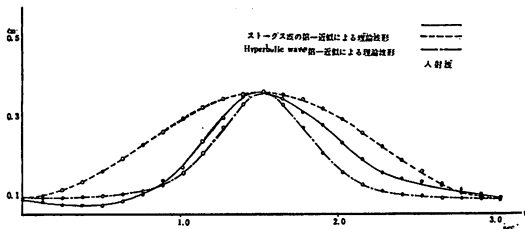


Fig. 6 No. 23 実測波形

の理論の適用限界を、微小振幅波から第3次のストークス波、ハイパブリック波の範囲と考えられる。Fig. 5,

Fig. 6 は共に実測波（入射波）とストークス波の第1近似及ハイパブリック波の第1近似を比較したものである。これより、No.15に対してはストークス波の第1近似（微小振幅波）が適合し、No.23に対してはハイパブリック波の第1近似の方が良く適合する。このことから我々の実測波は1次のストークス波とハイパブリック波の中間領域にあると思われる。次に第3近似のストークス波の二次波峰発生限界に関して、Skjellbreia, 田中, Bargman & Chappellear の限界式がある。実測波との比較検討の結果、Skjellbreia の限界式がかなり良く一致することが判かる。結果をFig. 7に示す。

5 反射率, 透過率の考察

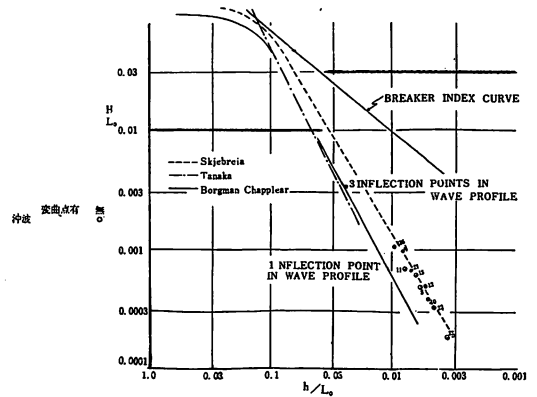


Fig. 7 実測波形と第3近似ストークス波の Inflection point 発生限界との比較

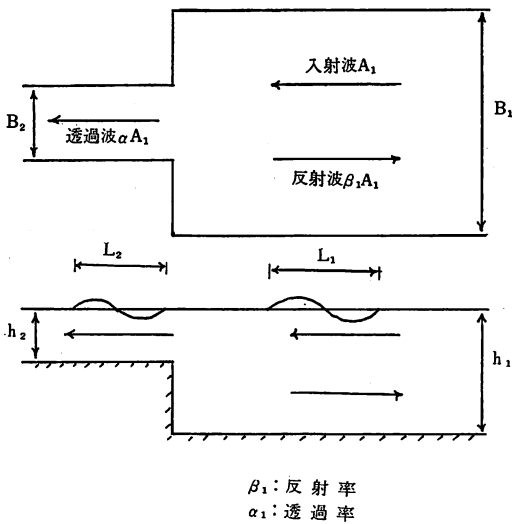


Fig. 8 波動の変化

今回の実験のように、水路の中に陸棚をもうけたような場合には、水路断面の急変によって波は変形し反射をおこす。そこで実測による反射率、透過率と理論値とを比較してみる。一搬に水路断面急変部における波動の変化は次のように与えられる。(Fig. 8 参照のこと)

ここで、水路巾が一定で水深が急変するだけの場合の反射率、透過率は次式で与えられる。

$$\bar{\beta}_1 = \frac{1 - A \frac{L_2}{L_1}}{1 + A \frac{L_2}{L_1}} \quad \text{但し } A = \frac{1 + \frac{Z m_2 h_2}{\sin h Z m_2 h_2}}{1 + \frac{Z m_1 h_1}{\sin h Z m_1 h_1}}$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{Z}{1 + A \frac{L_2}{L_1}}$$

今の場合、扱っている波は長波であるから  $A \doteq 1$  となり、従って最終的には

$$\bar{\beta}_1 = \frac{1 - \frac{L_2}{L_1}}{1 + \frac{L_2}{L_1}}, \quad \bar{\alpha}_1 = \frac{Z}{1 + \frac{L_2}{L_1}}$$

となる。又、 $\bar{\alpha}_1$  と  $\bar{\beta}_1$  との間にはエネルギー保存則により次の式が成立つ。

$$AZ\bar{\alpha}_1^2 + \bar{\beta}_1^2 = 1 \quad \text{但し } Z = L_2/L_1$$

実測反射率は

(不連続点の波一入射波高) / 入射波高

実測透過率は透過波高 / 入射波高で求めた。理論値と実測反射率、透過率との比較を示したのが table 4 である。これからわかるように理論反射率と実測反射率はあまり一致しない。これは理論的には、棚の影響が直接不連続点の波高にあらわれると仮定しているわけであるが、実際にはそれ程、明確に影響があらわれないためと思われる。透過率は比較的理論値に近い値が得られた。これは測定点が disturb source から離れており、かなり安定した波形になっているためと思われる。又、水深比が大きくなるにつれて実測値と理論値の不一致が目立つ。これは不連続点における disturb が大きくなるためであろう。

### 6 Power Spectrum

次に陸棚が存在して、水深が急に浅くなる場合、どのくらい短周期成分が発生するかを知るために Power Spectrum を計算した。

Power Spectrum は各々入射波、反射波、透過波及び透過波と入射波の差に対して求めた。Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11 は、水深比 1.5, 2.0, 3.0 の透過波の Power Spectrum を一例づつあげたものである。各図に引いてある直線は、短周期成分の増加率を調べるためのものであり、勾配がゆるやかであればあるほど短周期(高周波)成分が増加していることをあらわす。図から

Table 4 実測反射率透過率と理論値との比較

水深比	No	入射波高	不連続点波高	透過波高	実測反射率 $\beta_1$	理論反射率 $\bar{\beta}_1$	$\beta_1 / \bar{\beta}_1$	実測透過率 $\alpha_1$	理論透過率 $\bar{\alpha}_1$	$\alpha_1 / \bar{\alpha}_1$	$\frac{AZ\alpha_1^2 + \beta_1^2}{AZ\bar{\alpha}_1^2 + \bar{\beta}_1^2}$
1.5	11	0.91	1.10	1.18	0.20	0.15	1.39	1.30	1.10	1.19	1.44
	21	1.004	1.18	1.20	0.17	0.17	0.98	1.20	1.12	1.07	1.16
2.0	12	0.66	0.82	0.81	0.24	0.24	0.98	1.23	1.20	1.03	1.07
	22	0.49	0.62	0.74	0.26	0.22	1.16	1.51	1.17	1.29	1.68
3.0	15	0.92	1.10	1.11	0.19	0.29	0.66	1.20	1.27	0.94	0.87
	23	0.27	0.39	1.39	0.44	0.29	1.48	1.44	1.27	1.13	1.39

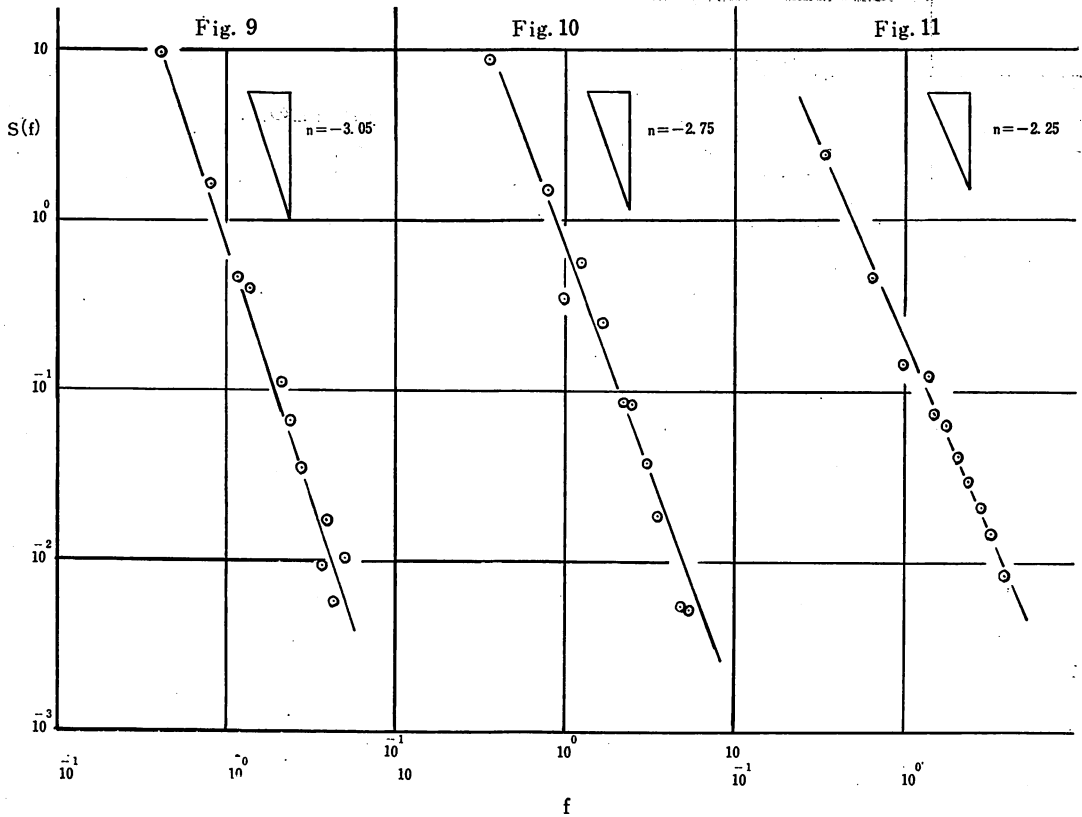


Fig. 9

Fig. 10

Fig. 11

わかるように水深比が大きくなるに従って勾配はゆるやかになり、短周期成分が増加していることを表わしている。又、Fig. 12 に示されているのは、勾配  $n$  と水深比との関係を両対数に plot したものである。ここで  $n$  は、各水深比ごとの平均値  $\bar{n}$  の絶対値である。この図は縦軸に  $n$  を、横軸に棚の高さを棚上の水深で割った値をとってあり、求め直線の式は次のようにあらわされる。

$$n = 1.86 \left\{ (h_1 - h_2) / h_2 \right\}^{-\frac{3}{10}}$$

7 結 論

これまで海底形状の変化による長波の変形について考察してきたわけであるが、ここでまとめてみると、第1に、二次波峰が波それ自身の性質によるのか、或いは陸棚の存在という外的原因によって発生するのかという問題である。Mason-Keulegan の限界式、ストークス波の第1近似の二次波峰発生限界の比較において棚上の波に二次波峰が発生することは確かめられた。又、Ursell のパラメーターによる検討においても棚上の波では、ほとんどすべてが二次波峰発生領域にあり、陸

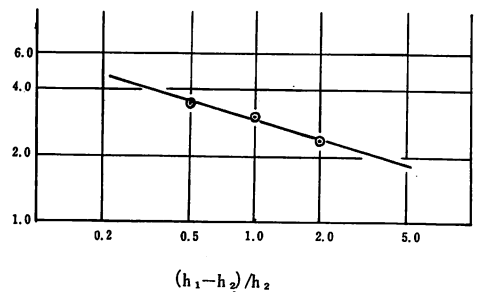


Fig. 12 勾配  $n$  と水深比との関係

棚の存在が二次波峰発生の大きな要因となることは明らかである。棚無しの場合に Ursell のパラメーターの値でわかるように、 $L^2H/h = 100$  前後で二次波峰が発生し、周期、波長、水深など波自身の性質が二次波峰発生の要因となることもわかった。実測波への理論波形の適用は、ハイパブリック波の第1近似とストークス波の第1近似を用いたが No. 23 についてはハイパブリック波の方が合っており、No. 15 ではストークス波の方が合っている。これは Ursell のパラメーターによる区

## 文 献

分ではハイパブリック波 ( $L^2H/h^3 > 48$  …… Hyperbolic wave を適用) の領域に属しているが、波形勾配  $H/L$  が小さいものについてはストークス波を適用できる領域にも、本実験の波が存在していることをあらわしている。これと同時に反射率、透過率の検討を行なったが、反射率に関しては理論値との差が目立った。これは不連続点における波の挙動がかなり複雑となっているため理論的仮定と合わない現象を起しているものと思われる。

最後に、陸棚の影響による長波の変形を量的に知るために Power Spectrum を用いた。この結果、水深比が大きくなるにしたがって波の変形の度合が増し、高周波成分の増加が見られた。そこで増加を直線であらわし、勾配  $n$  と水深比の関係から求めた式が

$$n = 1.86 \{ (h_1 - h_2) / h_2 \}^{-\frac{3}{10}}$$

この式について、又 Power Spectrum の各周波数毎の増減について今度の問題となろう。更に波相互の影響について、Cross Spectrum も求めてみたい。

最後に、本研究を行なうに際して終始御指導を賜った北海道大学工学部 岸 力 教授 に心から感謝申し上げます。又、この研究を種々お手伝い戴いた、大学院学生 穴吹隆之君、四年目学生 山田弘美君に感謝致します。

- 1) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究  
京大防災研究所年報 昭和42年
- 2) Kiyoshi Horikawa & R. L. Wiegel: Secondary Wave Crest Formation
- 3) 岸 力：水理学演習 (2) 学研社
- 4) R. L. Wiesel: Oceanographical Engineering, Prentice-Hall
- 5) 佐伯 浩：ストークス波の適用限界について
- 6) 佐伯 浩：クノイド波理論の二、三の特性と適用限界について  
土木学会北海道支部 昭和43年
- 7) S. A. Ippen: Wave Reflection and Transmission in Open Channel Transmissions, MIT
- 8) 鹿島遼一：不規則波の入射及び反射エネルギースペクトルの測定法  
第15回海岸工学講演会 1968
- 9) 岩垣雄一：海底摩擦による波高減衰機構に関する研究 一層流境界層の場合一  
京大防災研究所年報 第9号
- 10) 梶浦欣二郎：陸棚を伝わる長周期波の模型実験  
地震研究所報告