

# 含水した砂質土の見かけの熱伝導率における 熱的臨界含水率に関する研究

佐々木 章・相場 眞也\*・福田 浩\*・畠山 正幸\*\*

## A Study of Thermal Critical Water Content in Apparent Thermal Conductivity of a Damp Sand

Akira SASAKI, Shinya AIBA\*, Hiroshi FUKUDA\* and Masayuki HATAKEYAMA\*\*

(2007年11月20日受理)

The rate of increase of the apparent thermal conductivity of a damp sand with water content has changed rapidly in the vicinity of a thermal critical water content. The aim of the present study is to make clear the thermal critical water content by using a new heat transfer model. The apparent thermal conductivity of the sand was measured in order to compare with the predicted one by the new model. The measurement of the apparent thermal conductivity was carried out by the steady state comparison method. For the experimental sample a sand was used, whose mean grain size was  $208\mu\text{m}$  and mean dry bulk density about  $1300\text{kg/m}^3$  ( $\varepsilon_m=0.48$ ). The experiments were carried out in the range of the volumetric water content from 0 to 40% and the temperature from 20 to  $40^\circ\text{C}$ . The apparent thermal conductivities predicted by the model agree well with experimental results. The thermal critical water content is discussed as a function of the porosity and the thermal conductivity of the sand particle.

### 1. 緒言

土壌の熱的性質に関する研究は、例えば、地下埋設管における熱収支（温水管による融雪、水道管の凍結）、農業における土壌温度の最適制御による植物生産の増大などの諸問題と関連して重要な課題である。また、近年脱化石エネルギー、省エネルギーの立場から地熱エネルギー、太陽エネルギーの有効利用、土壌を蓄熱媒体とした技術の開発が試みられるようになり、その必要性はさらに高まってきている。

従来より、土壌の見かけの熱伝導率に関する実験的研究は多数行なわれている<sup>(1)~(6)</sup>。一般に、土壌はその粒径により、粘土、シルト、砂に区分され、それらの見かけの熱伝導率は水分の増加とともに異なる変化を示すことが良く知られている。しかし、砂質土を取り上げてみても、その見かけの熱伝導率は水分だけでなく砂粒子自体の熱伝導率、かさ密度、

空隙率、温度など多くの因子によって影響される。しかも、含水した砂質土の見かけの熱伝導率の水分の増加にともなう増加割合は、ある含水率（以後、熱的臨界含水率と呼ぶ）を境として急激に変化する。棚沢は、砂質土に関する実験結果より、熱的臨界含水率が体積含水率9%付近に存在するとしている<sup>(1)</sup>。また、松本らは、最適含水状態での体積含水率が熱的臨界含水率に相当するとしている<sup>(4)</sup>。しかし、熱的臨界含水率は、土粒子自体の熱伝導率、空隙率などの影響を受けることが予想され、いまだ十分に検討されているとは言い難い。

一方、土壌を、固体（土粒子）、液体（水）、気体（空気）より構成される3相混合物として理論的に取り扱った研究は少なく、Krischerら<sup>(2)</sup>、松本ら<sup>(4)</sup>、北野ら<sup>(7)</sup>、粕淵<sup>(8)</sup>によって直並列モデルに基づく定性的な熱伝導モデルが提案されているにすぎない。これらのモデルを用いて見かけの熱伝導率を推定するためには、土粒子自体の熱伝導率、熱的臨界含水率を知る必要がある。また、土壌以外の粒子層に対して熱伝導モデルを適用した研究として、棚沢<sup>(9)</sup>、

\* 秋田高専名誉教授

\*\*秋田高専卒業生

大谷ら<sup>(10)</sup>の報告がある。棚沢<sup>(9)</sup>は、球形粒子モデルにより見かけの熱伝導率の推定を試みているが、そのモデルは空隙率の影響を考慮するため粒子間に空隙を設けてあり、現実的なモデルとは言えない。大谷ら<sup>(10)</sup>は、Kunii-Smithの式<sup>(15)</sup>を拡張したモデルにより見かけの熱伝導率を推定しているが、その方法はかなり複雑で利用しにくい<sup>(10)</sup>。また、粒子と液体の接触度合を考慮して見かけの熱伝導率の推定を試みた Jackson ら<sup>(11)</sup>の研究があるが、熱的臨界含水率が一定であるという考えには疑問が残る。したがって、既存のモデルを用いて熱的臨界含水率を推定することは困難である。

以上の背景から、本研究は、砂の熱的臨界含水率を新たな伝熱モデルにより推定し、それに及ぼす空隙率、砂粒子自体の熱伝導率の影響を明らかにしようとするものである。また、本方法では同時に見かけの熱伝導率を推定することができるので、定常比較法により得られる実測値との比較も行なった。

記号

- d : 粒径  $\mu\text{m}$
- dA : 微小面積  $\text{m}^2$
- l : 厚さ  $\text{m}$
- N : 粒子の接触点数
- q : 熱流量  $\text{W}$
- R, r : 半径  $\text{m}$
- T : 温度  $^{\circ}\text{C}$
- $\varepsilon$  : 空隙率
- $\theta$  : 体積含水率 %
- $\lambda$  : 熱伝導率  $\text{W}/\text{mK}$
- $\rho$  : かさ密度  $\text{kg}/\text{m}^3$
- 添字
- a : 見かけの物性値
- c : 臨界値
- d : 乾燥状態
- g : 気体 (空気)
- m : 平均値
- s : 固体 (砂粒子)
- w : 液体 (水)

2. 伝熱モデル

同一球形粒子が図 1 (a) のように充填された状態を考える。水分は最初土粒子表面に吸着するが、さらに水分が増加すると図 1 (a) のように粒子接触点部分にメニスカスの毛管力によって保持される

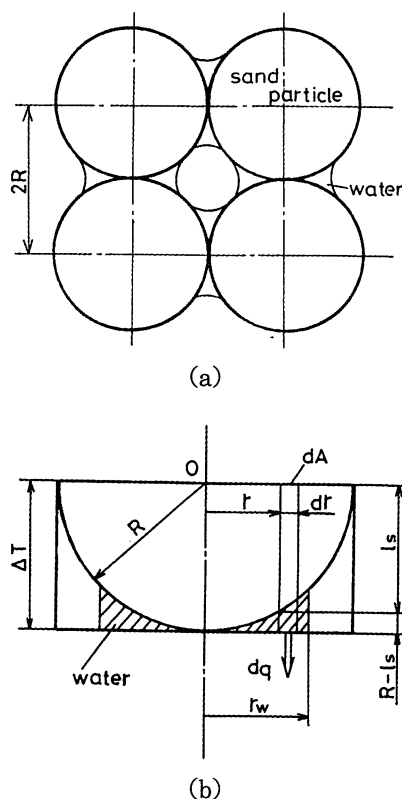


図 1 伝熱モデル

毛管水として存在するようになる。この水分は、土粒子と土粒子をつなぎ、土壌内の熱移動を助長する熱橋 (thermo-bridge) となる。ここで、図 1 (b) に示されるようなセル内に半径 R の半球が存在する伝熱モデルを考えることにする。

図において、中心から r の距離にある微小面積 dA 部分に対する平均熱伝導率  $\lambda_m$ 、通過熱量 dq は、次式のように与えられる。

水分が存在する領域、

$$\lambda_{mw} = R \left( \frac{l_s}{\lambda_s} + \frac{R-l_s}{\lambda_w} \right)^{-1} \tag{1}$$

$$dq_w = \lambda_{mw} \frac{\Delta T}{R} dA \tag{2}$$

空気が存在する領域、

$$\lambda_{mg} = R \left( \frac{l_s}{\lambda_s} + \frac{R-l_s}{\lambda_g} \right)^{-1} \tag{3}$$

$$dq_g = \lambda_{mg} \frac{\Delta T}{R} dA \tag{4}$$

ただし、

$$l_s = \sqrt{R^2 - r^2} \tag{5}$$

である。したがって、セル全体の通過熱量  $q$  は次式で与えられる。

$$q = \frac{\Delta T}{R} \left[ \int_0^{r_w} \lambda_{mv} dA + \int_{r_w}^R \lambda_{mg} dA + R^2(4 - \pi)\lambda_{gw} \right] \quad (6)$$

ただし、

$$dA = \pi[(r + dr)^2 - r^2] \quad (7)$$

である。ここで、 $r_w$  は接触点における水分層の半径を、 $\lambda_{gw}$  は隅部の平均熱伝導率を表わす。周囲の接触部に存在する水分の影響は、熱流方向に垂直な空気相が共存することを考慮すると無視することができる。一方、見かけの熱伝導率  $\lambda_a$  を用いると、フーリエの法則から次式が成立する。

$$q = \lambda_a \frac{\Delta T}{R} (4R^2) \quad (8)$$

したがって、見かけの熱伝導率は、式(6)、(8)より求められる。しかし、図1(a)より明らかなように、充填状態が立方体配列の場合に限定される。そこで、通過熱量は粒子の接触点数  $N$  に比例すると考え<sup>(11)</sup>、空隙率の影響を考慮すると次式が得られる。

$$\lambda_a = \frac{N}{6} \frac{q}{4R^2(\Delta T/R)} \quad (9)$$

粒子の接触点数  $N$  と空隙率  $\varepsilon$  との関係<sup>(12)</sup>は、次式のような近似を行なった。

$$N = 26.24e^{-3.077\varepsilon} \quad (10)$$

図2に、その相関を示した。白抜き丸は、それぞれ、単純立方体型配列、立方晶系四面体型配列、正方晶系せつ体型配列、錐体最密型配列の場合の接触点数を表わし、実線は式(10)の結果である。

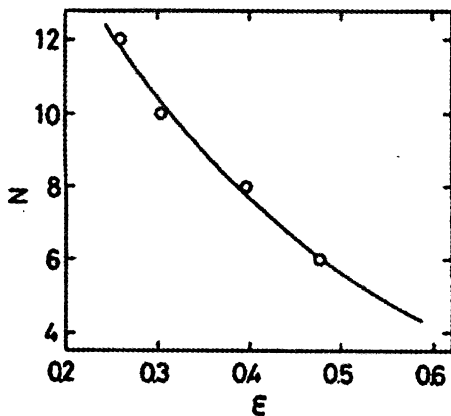


図2 接触点数と空隙率の関係

水分層の半径  $r_w$  と体積含水率  $\theta$  との関係は次のように表わされる。

$$\theta = \frac{N(1 - \varepsilon)}{8R^3} (R - l_{sw}) \times [3r_w^2 - (R - l_{sw})^2] \quad (11)$$

ただし、

$$l_{sw} = \sqrt{R^2 - r_w^2} \quad (12)$$

である。なお、水分は粒子表面にも吸着水として存在するが、その厚さは  $5.0 \times 10^{-9} \text{ m}$ <sup>(13)</sup> とうすく、砂のような粗粒土の場合、その体積含水率が1%以下となることから上式では考慮していない。

見かけの熱伝導率は、式(9)を数値積分することにより推定した。また、熱的臨界含水率は、水分層の半径  $r_w$  を変化させたときの見かけの熱伝導率の変化率を求めることにより推定できる。なお、本モデルで考えている砂の粒径は、 $20 \mu\text{m} \sim 5 \text{ mm}$  の範囲である。

### 3. 実験装置と方法

見かけの熱伝導率は、定常熱流を利用した平板比較法を用いて測定した<sup>(14)</sup>。実験装置の概略を図3に示す。試料③は内寸法  $240 \times 240 \text{ mm}$ 、深さ  $40 \text{ mm}$  のアクリル製容器②に充填した後、銅板で作成された上下両水ジャケット①、④間に厚さ  $1 \text{ mm}$  のゴム板⑥を介して設置されている。測定中、水分の散逸を防ぐため容器上蓋部分をビニールテープでまいて密閉してある。測定部からの熱損失を少なくするため、側面を断熱材⑤で囲んである。標準板としてアクリル板を使用した。標準板、試料の表面温度の測定には、直径  $0.2 \text{ mm}$  の銅-コンスタンタン熱電対

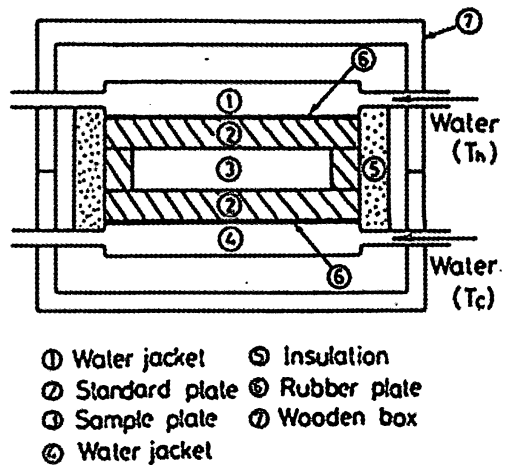


図3 実験装置

を用いた。試料と熱電対との接触状態を良くするため、熱電対は密着性の良いアルミはくで標準板にはりつけられている。

本実験での含水率は、試料全体の体積に対する水分の割合（体積含水率）として、0～40%の範囲で変化させた。測定温度は、20、30、40℃とした。試料上下面の温度差は、約3℃となるようにした。

標準板として使用したアクリル板の熱伝導率は、蒸留水を用いて検定した結果、次式で表わすことができた。

$$\lambda_a = 0.1851 + 0.0001157T \quad (13)$$

試料の見かけの熱伝導率は、定常状態での温度分布より、次式によって求めた。

$$\lambda_a = \frac{1}{2} \left( \frac{l}{\Delta T} \right) \left\{ \left( \lambda_0 \frac{\Delta T}{l} \right)_u + \left( \lambda_0 \frac{\Delta T}{l} \right)_b \right\} \quad (14)$$

ここで、添字 s, u, b はそれぞれ、試料、上の標準板、下の標準板を表わす。

本実験の測定精度は、温度測定、測定部からの熱損失<sup>(12)</sup>、試料の寸法などの誤差を考えると±6%以内と考えられる。

実験試料として、平均粒径208μmの砂を用いた。粒度分布を図4に示す。砂粒子の比重は2.57、測定時の平均かさ密度ρ<sub>dm</sub>は1330kg/m<sup>3</sup>、平均空隙率ε<sub>m</sub>は0.48であった。

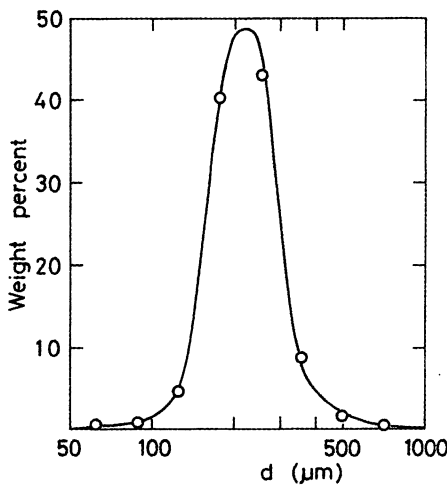


図4 粒度分布

4. 結果と考察

実験によって求めた見かけの熱伝導率λ<sub>a</sub>と体積含水率θとの関係を既存の結果とともに図5に示す。図に示された結果は、温度T=20℃におけるもので

ある。実験結果は水分の増加とともに最初急激に増加するが、θ=10%付近でその増加割合が変化することがわかる。本研究では、このときの含水率を熱的臨界含水率θ<sub>c</sub>と呼んでいる。λ<sub>a</sub>はθ<sub>c</sub>を過ぎると増加割合が鈍くなり、ほぼ直線的に変化する。このような傾向は、T=30、40℃の場合も同様で、θ<sub>c</sub>にも変化は見られなかった。θ≤10%では、水分が土粒子-水-土粒子の直列型熱伝導路を形成し、それが熱橋として有効に働き熱移動を助長する。このような変曲点は既存の結果にも認められ、その値はかさ密度ρ<sub>d</sub>（空隙率ε）によって変化することがわかる。

伝熱モデルの計算に必要な砂粒子の熱伝導率は、実測された見かけの熱伝導率を用いて Kunii-Smithの式<sup>(15)</sup>より逆算し、λ<sub>s</sub>=3.0W/mKと推定した。この結果を用い、水で飽和している状態におけるλ<sub>a</sub>をρ<sub>d</sub>の関数として示したのが一点鎖線である。既存の結果もρ<sub>d</sub>によらず一点鎖線上にほぼよくま

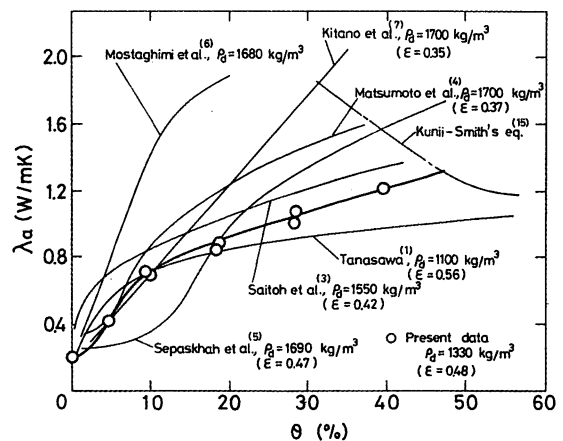


図5 見かけの熱伝導率に及ぼす水分の影響

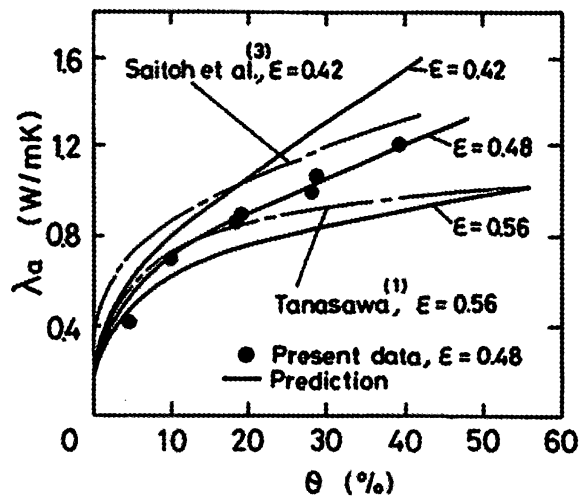


図6 推定値と実測値との比較

とまっていることがわかる。

伝熱モデルにより推定された見かけの熱伝導率と実測値との比較を図6に示す。計算には  $T=20^{\circ}\text{C}$  の空気、水の熱伝導率として、 $\lambda_g=0.0025\text{W/mK}$ 、 $\lambda_w=0.60\text{W/mK}$  を用いた。本モデルでは、水分層の半径  $r_w$  がある値（例えば、 $\varepsilon=0.476$  で  $r_w=0.707$ ）以上になると隣接する接触点に存在するメニスカスと共有される水分領域が生ずるため、含水率と見かけの熱伝導率の関係を正確に定めることはできない。しかし、棚沢<sup>(9)</sup>によっても報告されているが、熱的臨界含水率以上になると図5より明らかなように  $\lambda_a$  が直線的に変化することから飽和状態まで直線で結んである。図において、実線は推定値を、黒丸は実験値を表わす。実験結果は、 $\theta=5\%$  付近で幾分小さくなっているものの推定値とよく一致している。棚沢の結果<sup>(1)</sup>と比較すると、 $\theta=20\%$  付近で約10%程度推定値が小さくなっている。また、齊藤らの結果<sup>(3)</sup>と比較すると、推定値は  $\theta < 20\%$  では小さく、逆に  $\theta \geq 20\%$  では大きくなっており、飽和状態 ( $\theta=42\%$ ) で約20%程推定値が大きくなっている。

新たに提案した伝熱モデルにおいて、水分層の半径  $r_w/R$  を変化させたときの見かけの無次元熱伝導率  $\lambda_a/\lambda_s$  とその変化率を図7に示す。 $\lambda_a/\lambda_s$  は  $r_w/R$  の増加とともに増大するが、その変化率は  $r_w/R=0.63$  近傍で最大となる。このときの含水率が熱的臨界含水率に相当する。 $r_w/R=0.63$  を用いて体積含水率  $\theta_c$  を求めると10.3%となり、図5に示された結果とはほぼ一致する。

熱的臨界含水率  $\theta_c$  と空隙率  $\varepsilon$  との関係、無次元熱伝導率  $\lambda_s/\lambda_w$  (水の熱伝導率に対する砂粒子の熱伝導率の比) をパラメータとして図8に示す。本実験で得られた結果は  $\lambda_s/\lambda_w=5$  の場合に相当する。 $\theta_c$  は  $\varepsilon$  の増加とともに減少することがわかる。すなわち、空隙率が大きい程熱橋の役割をはたす水分の割合は減少し、土壌内に含まれる水分はメニスカスの毛管力の影響を受けない自由水として存在する割合が増加することを表わす。棚沢の結果 ( $\varepsilon=0.56$ ,  $\theta_c=9\%$ )<sup>(1)</sup>、松本らの結果 ( $\varepsilon=0.37$ ,  $\theta_c=22\%$ )<sup>(4)</sup> は、 $\lambda_s/\lambda_w=4\sim 5$  の範囲内に存在し、推定結果の傾向とよく一致する。また、Jacksonら<sup>(11)</sup> は、 $\varepsilon=0.34\sim 0.43$  の範囲で  $\theta_c=10\%$  一定としている。彼らの結果は  $\lambda_s/\lambda_w=6\sim 8$  の範囲に存在していることから、彼らの取り扱った試料の砂粒子自体の熱伝導率が高いことが推察される。なお、本モデルでは空隙率の減少とともに粒子接触点数が増加し、隣接する接触点との間隔が狭くなるため、 $\varepsilon < 0.40$  の領域で隣接する接触点と共有される水分が生ずる

ようになり正確な含水率を求めることはできなくなる。

図9は、熱的臨界含水率  $\theta_c$  に及ぼす砂粒子の熱伝導率  $\lambda_s$  の影響を空隙率  $\varepsilon$  をパラメータとして示したものである。 $\theta_c$  は、 $\varepsilon$  によらず  $\lambda_s$  の増加とともに減少する。これは、 $\lambda_s$  の増加とともに粒子間に保持された水分が空気の場合と同様熱移動に対して熱抵抗として作用し、熱橋としての役割をはたさなくなることを示唆する。また、逆に  $\lambda_s$  が小さくなると水の熱伝導率に近づき、熱橋として有効に作

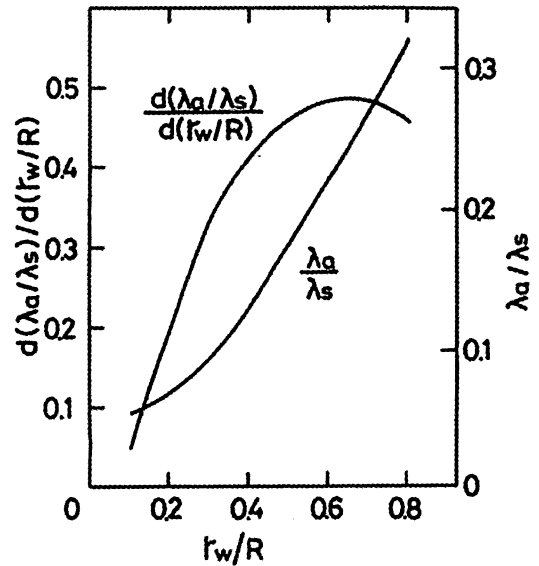


図7 水分層の半径を変化させたときの見かけの熱伝導率の変化とその変化率

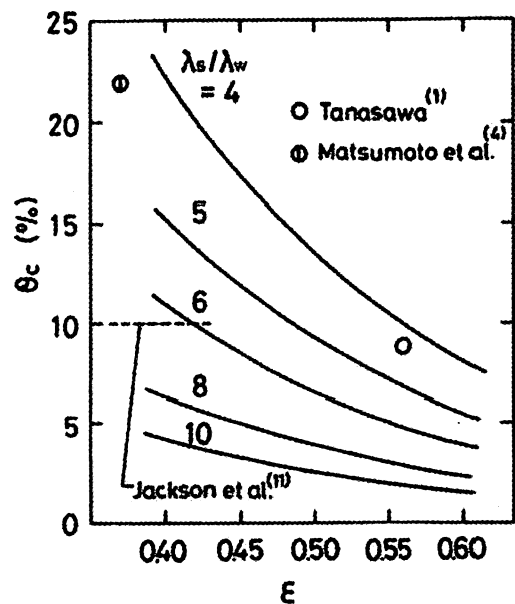


図8 熱的臨界含水率と空隙率の関係

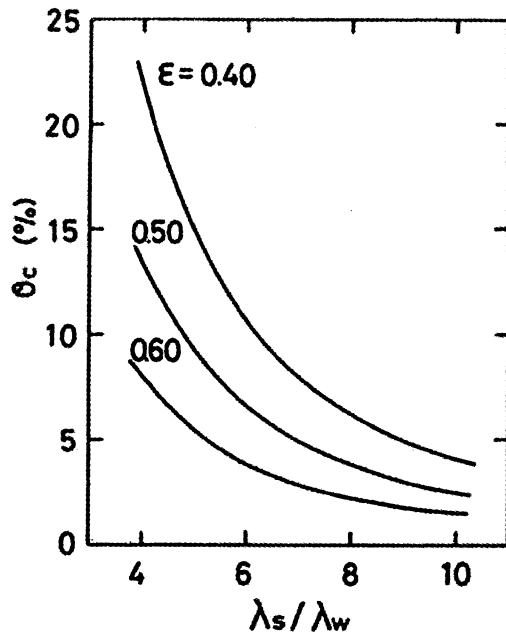


図9 熱的臨界含水率と砂粒子の熱伝導率の関係

用する水分の割合は増加する。

以上の結果より、熱的臨界含水率  $\theta_c$  に及ぼす主な影響因子として、砂粒子自体の熱伝導率  $\lambda_s/\lambda_w$ 、空隙率  $\varepsilon$  を考え、 $\theta_c$  に関する整理式を最小二乗法により求めた結果、次式が得られた。

$$\theta_c = 16.24(1 - \varepsilon)e^{-3.077\varepsilon}(\lambda_s/\lambda_w)^{-1.836} \quad (15)$$

式(15)の適用範囲は、 $\varepsilon = 0.40 \sim 0.60$ 、 $\lambda_s/\lambda_w = 4 \sim 10$ であり、その相対誤差は $\pm 2\%$ 以内である。

## 5. 結 言

土壌の見かけの熱伝導率に及ぼす水分の影響を明確に把握するとともに、土壌に対する直並列型熱伝導モデルをより定量的なモデルとするためには、熱的臨界含水率を明らかにする必要があると考え、セル内に半球が存在する伝熱モデルにより熱的臨界含水率の推定を試みた。得られた主な結果は、次のように要約される。

(1) 熱的臨界含水率を推定するために新たに提案

したモデルより推定される見かけの熱伝導率と実測値との比較より、モデルの妥当性を示した。

(2) 熱的臨界含水率は、空隙率の増加とともに減少する。空隙率が大きい場合、熱橋の役割を果たす水分の割合は減少し、土壌内に含まれる水分は自由水として存在する割合が増加する。

(3) 熱的臨界含水率は、砂粒子自体の熱伝導率の増加とともに減少し、砂粒子自体の熱伝導率が大きい場合、粒子間に保持される水分は空気の場合と同様熱移動に対して熱抵抗として作用するようになる。

(4) 熱的臨界含水率は、砂粒子自体の熱伝導率と空隙率が明白にされれば式(15)のようにあらわされる。

## 文 献

- (1) 棚沢, 機論, 1-3 (昭10), 217.
- (2) Krischer, O. and Esdorn, M., VDI-Forch, 22 (1956), 1.
- (3) 斉藤・岡垣, 機誌, 62-484 (昭34), 741.
- (4) 松本・大久保, 土木学会論文報告集, 257 (昭52), 53.
- (5) Sepaskhah, A. R. and Boersma, L., Soil Sci. Am. J., 43 (1979), 439.
- (6) Mostaghimi, J. and Pfender, E., Warme-und Stoffubertragung, 13 (1980), 3.
- (7) 北野・仁平, 土木試験所月報, 333 (昭56), 1.
- (8) 粕淵, 農技研報 B, 33 (昭57), 1.
- (9) 棚沢, 機論, 2-8 (昭11), 352.
- (10) 大谷・他2名, 熱・温度測定と熱分析, (昭47), 77.
- (11) Jackson, K. W. and Black, W. Z., Int. J. Heat Mass Transfer, 26-1 (1983), 87.
- (12) 土質工学会編, 土質工学ハンドブック, (昭57), 24.
- (13) 土壌物理研究会編, 土壌の物理, (昭54), 223, 森北出版.
- (14) 抜山, 熱, (昭49), 98, 養賢堂.
- (15) Kunii, D. and Smith, J. M., AI. Ch. E. Journal, 6-1 (1960), 71.