エネルギー法を利用した回転型倒立振子の振り上げ制御

木 澤 悟・奈 良 森 紹*

Swing-Up Control of Inverted Pendulum Using Energy Method

Satoru KIZAWA and Moritsugu NARA*

(2006年11月30日受理)

The study of the motion control of underactuated mechanical systems is now receiving a great deal of attention. Underactuated mechanical systems called the Acrobot are mechanical systems with fewer actuators than degree-of-freedom. Because of it, these systems have strong nonlinearity and it is very difficult to control their motion. This paper presents the control of an underactuated systems called the Rotational Inverted Pendulum with arm and link. We propose the control algorithm used to swing-up and balance the link at unstable equilibrium position. A swing-up controller is designed based on mechanical energy and a stabilization control is designed based on LQG control theory. The performance of the proposed control law is shown in a simulation example.

1. 緒 言

劣駆動システム[3),4)]は一般化座標の数よりも少ない数のアクチュエータで制御入力以上の数の一般化座標を制御するシステムである。劣駆動システムの例としては第一関節に駆動関節を持たないアクロボットやトレーラーおよび宇宙ロボットなどが挙げられる。劣駆動システムはアクチュエータの数が関節の数より少ないことにより，ロボットの軽量化，コストダウンがはかられ，システムの簡素化のメリットが挙げられる。しかしながらその反面，パッシブな関節を有しているため動作空間において，非線形性があり，モデルベースに基づく現代制御理論が直接利用できない，あるいは直接駆動できない関節に対する制御の難しさがあり，数多くの課題を有する難しい制御問題である。

本研究では，劣駆動システムの一例であるアームと振子から構成される回転型倒立振子を製作し，この振子が真下状態にぶら下がっている状態から，振子を振り上げることにより振子を真上状態に倒立させる安定化制御を目的とした。制御手法は2つのステップにわけ，第1ステップは力学的エネルギに着目した振り上げ制御により安定化領域まで振子を漸近させ，次の第2ステップにおいては制御則を切り換えてLQG制御を用いて，振子の安定化制御を行った。なお，本研究は実機をベースにモデル化しているが，制御手法を検証するためにMatlab/Simulinkを用いてシミュレーションを行い，提案した制御手法の有効性について示す。

2. システムの概要

図1に製作した回転型倒立振子システムを示す。また，図2に模式的なシステム構成図を示す。アー

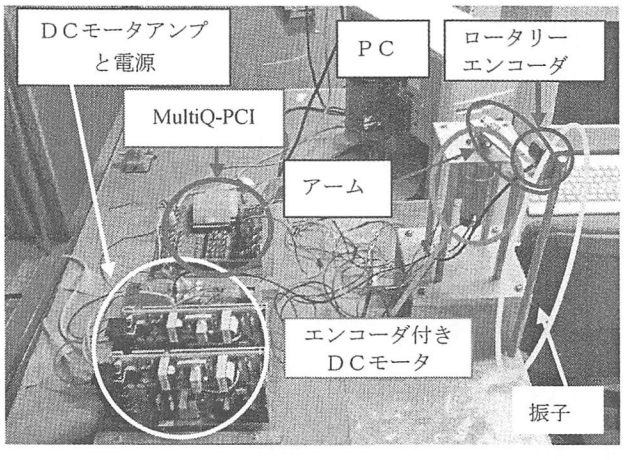

図1 回転型倒立振子システム

* 秋田高専専攻科学生

ムに取り付けられたロータリーエンコーダと，振子のDCギヤードモータに取り付けられたロータリーエンコーダの角度信号はカンサー社製のMulti Q-PCI（カウンタ）を介してパソコンへと送られる。また，指令信号は制御則に基づいてMulti Q-PCI（D/Aコンバータ）からモータアンプを介してDCモータへと送られる。

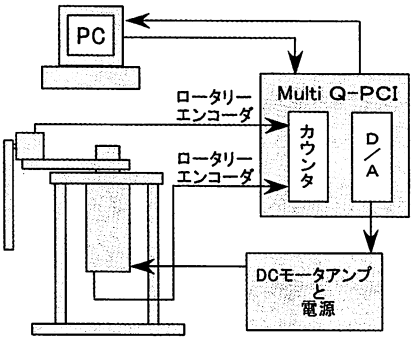

図2　システム構成図

3.　回転型倒立振子のモデル化

3.1　非線形運動方程式の導出

この節では，ラグランジュの運動方程式を用いて図3に示す回転型倒立振子モデルの運動方程式を導出する。モータ動特性を考慮してアームに与えられるトルクτとモータ端子電圧Vとの関係を含めて考慮した非線形な運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} J_b+m_pr^2+m_pl_p^2\sin^2\alpha+j_mn^2 & m_prl_p\cos\alpha \\ m_prl_p\cos\alpha & m_pl_p^2+I_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}\\ \ddot{\alpha}\end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} m_pl_p^2\dot{\alpha}\sin 2\alpha & -m_prl_p\dot{\alpha}\sin\alpha \\ -m_pl_p^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \dot{\alpha}\end{bmatrix}$$
$$+\begin{bmatrix} C+\dfrac{K_TK_En^2}{R_a} & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \dot{\alpha}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ -m_pgl_p\sin\alpha \end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dfrac{K_Tn}{R_a}\\ 0\end{bmatrix}V \quad (1)$$

α：振子角度　　θ：アーム角度
m_p：振子の質量　　m_a：アームの質量
l_p：振子の重心までの長さ　　r：アーム長さ
r_a：アームの重心までの長さ
I_a：アーム重心まわりの慣性モーメント
I_p：振子重心まわりの慣性モーメント
J_b：I_aと取り付け部品を含めた慣性モーメント
τ：モータトルク　　n：ギヤ比
R_a：直流抵抗（アマチュア抵抗）
K_E：モータ誘起電圧　　K_T：トルク定数

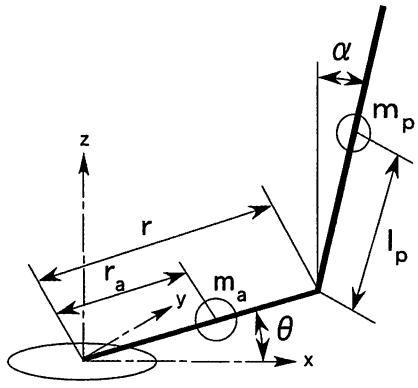

図3　回転型倒立振子モデル

である。さらにモータの動特性を考慮した非線形運動方程式である式(1)において，

$$m_{d11}=J_b+m_pr^2+m_pl_p^2\sin^2\alpha+J_mn^2$$
$$m_{d12}=m_prl_p\cos\alpha \qquad m_{d21}=m_prl_p\cos\alpha$$
$$m_{d22}=m_pl_p^2+I_p$$
$$h_{d1}=\{m_pl_p^2\dot{\alpha}\sin 2\alpha\}\dot{\theta}-\{m_prl_p\dot{\alpha}\sin\alpha\}\dot{\alpha}$$
$$h_{d2}=\{-m_pl_p^2\dot{\theta}\sin\alpha\cos\alpha\}\dot{\theta}$$
$$g_{d1}=0 \qquad g_{d2}=-m_pgl_p\sin\alpha$$

$$\tilde{K}=\frac{nK_T}{R_a} \quad (2) \qquad \tilde{C}=C_a+\frac{K_EK_Tn^2}{R_a} \quad (3)$$

$$u_1=\tilde{K}V-\tilde{C}\dot{\theta} \quad (4)$$

と置けば

$$\begin{bmatrix} m_{d11} & m_{d12} \\ m_{d21} & m_{d22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}\\ \ddot{\alpha}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} h_{d1} \\ h_{d2} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} g_{d1} \\ g_{d2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u_1 \\ 0 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} 0 \\ C_p\dot{\alpha} \end{bmatrix} \quad (5)$$

となる。ここで，u_1は制御入力，すなわち操作量である。

3.2　運動方程式の線形化

線形制御理論をコントローラに用いる場合，モデルの線形化が必要となる。そこで，式(1)において，振子が真上にほぼ倒立し，アームの左右の振れが小さいとするならば，アーム角度θ，振子角度αは小さく見積もることができ，次の様な仮定が置ける。つまり，

$$\sin\theta\cong\theta \quad \cos\theta\cong 1 \quad \dot{\theta}^2\cong 0$$
$$\sin\alpha\cong\alpha \quad \cos\alpha\cong 1 \quad \dot{\alpha}^2\cong 0$$

であるから，非線形運動方程式である式(1)は次式のように線形化できる。

$$\begin{bmatrix} J_b+m_pr^2+J_mn^2 & m_prl_p \\ m_prl_p & l_p+m_pl_p^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\theta}\\ \ddot{\alpha}\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} C_a+\dfrac{K_T K_E n^2}{R_a} & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\theta}\\ \dot{\alpha}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -m_p g l_p \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta\\ \alpha\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\dfrac{K_T n}{R_a}\\ 0\end{bmatrix}V \qquad (6)$$

3.3 状態方程式の導出

モータの動特性を考慮した線形な運動方程式である式(6)から，状態方程式および出力方程式を求めると

$$\begin{cases}\dot{x}_p=A_p x_p+B_p u\\ y_p=C_p x_p\end{cases} \qquad (7)$$

となる。ここで

$$A_p=\begin{bmatrix} 0 & I \\ E^{-1}A_2 & E^{-1}A_1\end{bmatrix} \qquad B_p=\begin{bmatrix}0\\ E^{-1}B\end{bmatrix}$$

$$E=\begin{bmatrix} J_b+m_p r^2+J_m n^2 & m_p r l_p \\ m_p r_p l_p & I_p+m_p l_p^2\end{bmatrix}$$

$$A_1=\begin{bmatrix} -C_a-\dfrac{K_T K_E n^2}{R_a} & 0 \\ 0 & -C_p\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}\dfrac{K_T n}{R_a}\\ 0\end{bmatrix}$$

$$A_2=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_p g l_p\end{bmatrix} \qquad C_p=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$x_p=[\theta \quad \alpha \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha}]^T \qquad J_b=(I_a+m_a r_a^2)$$

$$u=V$$

である。

4. パラメータの測定

物理パラメータ m_p, l_p, I_a は測定あるいは計算によって求められるが，I_p, C_a, C_p は振子の自由振動実験とアーム動作実験によって推定した。表1には，振子の自由振動実験より得られた振子のパラメータを示す。また，表2には，アーム動作実験より得られたアーム摩擦係数C_a，理論的に導出したアームの慣性モーメント I_a を示す。本研究に用いたDCモータは千葉精密製のギヤエンコーダ付きモータである。表3にDCモータの性能を示す。

表1　振子の物理パラメータ

記号	物理パラメータ	数値
ε	減衰率	0.0925
T	周期	1.0067[s]
ω_n	固有振動数	6.241[Hz]
ζ	減衰比	0.0051
I_p	振子の重心まわりの完成モーメント	0.971×10^{-3}[kg•m²]
C_p	振子粘性摩擦係数	1.671×10^{-4}[kg•m²]
m_p	振子質量	0.067[kg]
l_p	振子の重心までの距離	0.155[m]

表2　アームの物理パラメータ

記号	物理パラメータ	数値
m_a	アームのみの質量	0.057[kg]
r_a	アームの重心までの長さ	0.137[m]
I_a	アーム慣性モーメント	2.67×10^{-4}[kg•m²]
C_a	アーム摩擦係数	2.919×10^{-3}[Nms/rad]
J_b	回転軸まわりのアーム慣性モーメント	1.2×10^{-3}[kg•m²]

表3　DCモータのパラメータ

千葉精密製　LEC-326402 G200		
記号	物理パラメータ	数値
R_a	直流抵抗(アマチュア抵抗)	5.7[Ω]
K_T	トルク定数	3.038×10^{-2}[Nm/A]
K_E	誘起電圧定数	3.06×10^{-2}[V•rad/s]
n	ギヤ比	29.47
J_m	モータの慣性モーメント	2.19×10^{-6}[kg•m²]

5. 制御系の設計について

5.1 制御領域の分割

制御目的は図4に示すように初期状態において振子が真下にぶら下がった状態から，振り上げを行い振子角度が0°になる真上で倒立した状態で安定することが目標である。そこで，振子が真下にぶら下

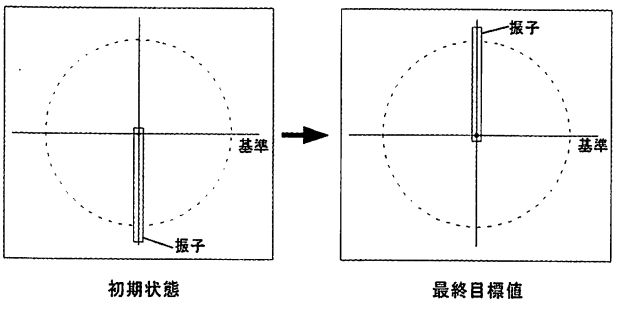

図4　振子の制御目標

がった状態から真上に倒立するまでの制御手法と制御則について述べる。

本研究では振子の可動領域を，振り上げ領域と安定化領域の2つに分け，振り上げ領域ではエネルギ法に基づく振り上げ制御を，安定化領域ではLQGコントローラを用いた安定化制御を行うことにした。そこで，図5に示すように振り上げ制御をSTEP 1とし，安定化制御をSTEP 2とした。つまり，モデルが線形できない領域では非線形な制御を行い，モデルが線形化可能な領域に突入した場合にLQG制御に切り換える2ステップのコントローラを構築する。1章の冒頭でも述べたが，現代制御理論は線形化されたモデルに対して適応できるが，本研究の制御対象である回転型倒立振子は非線形なシステムであるため，モデルベースに基づく制御理論を適応できない。そこで，振り上げ領域ではモデルが非線形システムなので，エネルギ法を基にした制御手法で行い，安定化領域においてはモデルを線形することが可能となるので，LQG制御理論を利用することにする。したがって本研究における制御則は振り上げ領域と安定化領域を振子角度αで定義し，それぞれ以下の範囲とする

STEP 1　振り上げ制御：$\alpha < -\dfrac{\pi}{6}$，$\alpha > \dfrac{\pi}{6}$のとき
運動エネルギ法に基づく制御

STEP 2　安定化制御：$-\dfrac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \dfrac{\pi}{6}$のとき
LQG制御

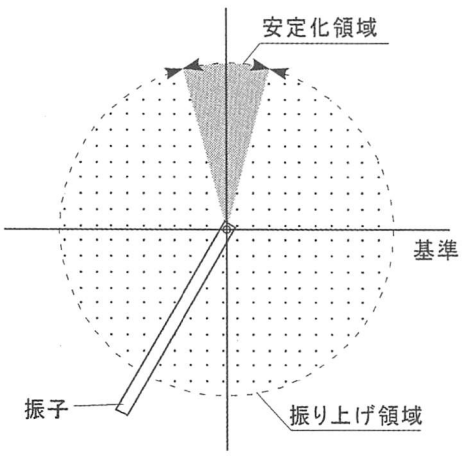

図5　振子の制御領域

5.2　STEP 1　エネルギ法に基づく振り上げ制御

振り上げ領域の制御則は，回転型倒立振子のシステム全体の力学的エネルギが常に増大するような制御入力を与え続けるような手法を考える。まず，システム全体の力学的エネルギE（運動エネルギT，位置エネルギU）とその時間微分$\dot{E}$を示す。

$$E(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) = T(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) + U(\alpha) \tag{8}$$

$$\dot{E}(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) = \dot{T}(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) + \dot{U}(\alpha) \tag{9}$$

なお，システムの運動エネルギおよび位置エネルギはラグランジュの運動方程式を用いて導出される。以下に運動エネルギTおよび位置エネルギUを示す。運動エネルギはT

$$T(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) = \frac{1}{2}[\dot{\theta} \quad \dot{\alpha}]\begin{bmatrix} m_{d11} & m_{d12} \\ m_{d21} & m_{d22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\{m_{d11}\dot{\theta}^2 + m_{d21}\dot{\theta}\dot{\alpha} + m_{d12}\dot{\theta}\dot{\alpha} + m_{d22}\dot{\alpha}^2\} \tag{10}$$

となり，位置エネルギUは

$$U(\alpha) = m_p g l_p \cos\alpha \tag{11}$$

となる。この制御は現在の持つ力学的エネルギよりも次のステップの持つ力学的エネルギが増大することで，位置エネルギあるいは運動エネルギを増大させ，振子を真上に漸近させるねらいである。この目的を達成させるためには常にエネルギを増大し続ける必要があり，以下の条件を満たす必要がある。

$$\dot{E}(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) \geq 0 \tag{12}$$

つまり式(12)は，エネルギ関数である式(8)が単調増加関数であることを示している。次に全体の力学的エネルギの微分は式(9)に示しているが，具体的に表すと，

$$\dot{E}(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha}) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} & \dfrac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{\partial T}{\partial \theta} & \dfrac{\partial T}{\partial \alpha} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{\partial U}{\partial \theta} & \dfrac{\partial U}{\partial \alpha} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} m_{d11} & m_{d12} \\ m_{d21} & m_{d22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} m_{d11} & m_{d12} \\ m_{d21} & m_{d22} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} u_1 - h_{d1} - g_{d1} \\ -C_p\dot{\alpha} - h_{d2} - g_{d2} \end{bmatrix}$$

$$+ [\dot{\theta} \quad \dot{\alpha}]\begin{bmatrix} 0 & m_p l_p^2 \dot{\theta} \sin\alpha \cos\alpha \\ 0 & -m_p r l_p \dot{\theta} \sin\alpha \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}[g_{d1} \quad g_{d2}]\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

$$= u_1\dot{\theta} - C_p\dot{\alpha}^2 \tag{13}$$

となる。このとき$\dot{E} > 0$であればの$\dot{E}(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha})$傾きが常に正，つまりエネルギを単調増加させることが可能である。つまり式(13)の右辺第2項は振子の摩擦に関する項で制御入力u_1は第2項を常に上回るような操作が必要であることがわかる。エネルギ

を増加させる為の制御入力 u_1 は $\dot{E}>0$ であればよいから

$$u_1=\frac{C_p\dot{\alpha}^2}{\dot{\theta}}>0 \tag{14}$$

が要求される。ここで制御入力を電圧 V に換算するために式(4)より

$$V=\frac{u_1}{\tilde{K}}+\frac{\tilde{C}\dot{\theta}}{\tilde{K}} \tag{15}$$

が得られる。しかし，シミュレーションの結果，式(14)で満足するだけではうまく振子は振り上げらなかった。これは，アーム角速度 $\dot{\theta}$ が小さ過ぎると振子の角速度 $\dot{\alpha}$ も小さく，その結果，操作量 u_1 が小さく，振子軸の摩擦に打ち勝てないことが考えられる。これはスタート時点でも同様のことが言える。このことを考慮して操作量は2通りについて考えた。振り上げ領域でのエネルギを増加させる操作量 u_1 は

① 振子が真下付近でアームの振りが小さい場合
$-\gamma\leq\dot{\theta}\leq\gamma$ のとき

$$u_1=u_{1max}\,sgn(\dot{\theta}) \tag{16}$$

ただし，

$$sgn(\dot{\theta})=\begin{cases}1 & (\dot{\theta}>0)\\ -1 & (\dot{\theta}<0)\end{cases} \tag{17}$$

である。つまりアームの角速度の符号を見て左右にモータの最大パワーで振らせる。u_{1max} は操作量の最大値である。

② 十分アームの角速度が得られる場合
$\dot{\theta}\leq-\gamma$ あるいは $\dot{\theta}\geq\gamma$ のとき

$$u_1=\left(\frac{C_p\dot{\alpha}^2}{\dot{\theta}}\right)+\delta\,sgn(\dot{\theta}) \tag{18}$$

となる。ここで γ は非常に小さい整数値，δ は制御入力変数である。なお第2項は例え十分なアーム角速度 $\dot{\theta}$ があっても，摩擦を打ち消すエネルギが必要であるので，そのための付加分を含んだ式(18)を式(13)に代入すれば

$$\dot{E}=\dot{\theta}\{\delta\,sgn(\dot{\theta})\} \tag{19}$$

であり，付加分の符号の調整をし，$\dot{E}>0$ を保っている。

5.3 STEP 2 安定化制御

式(7)で与えられるシステムに対して，制御則にLQG コントローラを用いる。LQ 理論は，次式に示す評価関数を最小化する制御入力を求めるものである。

$$J=\int_0^\infty(x^TQx+u^TRu)dt$$
$$=\int_0^\infty(y^TC^TQCy+u^TRu)dt \tag{20}$$

ここで，Q は準正定対称行列，R は正定対称行列である。式(20)における評価 J の値を小さくするようなコントローラを設計する。式(20)を最小化する制御入力は

$$u=-Kx \tag{21}$$

である。K はフィードバックゲインであり，次式のように与えられる。

$$K=R^{-1}B^TP \tag{22}$$

ここで P は次の代数リカッチ方程式の正定対称解である。

$$PA+A^TP-PBR^{-1}B^TP+C^TQC=0 \tag{23}$$

一般にすべての状態量を検出することは不可能である。本研究においては，検出可能な物理量はアームの角度 θ と振子の角度 α であり，残りのアームの角速度 $\dot{\theta}$ と振子の角速度 $\dot{\alpha}$ は推定することになる。そこで，コントローラは推定機構であるオブザーバにカルマンフィルタを用いた LQG コントローラを用いた。LQG コントローラを用いた状態方程式は次式のようになる。

$$\begin{cases}\dot{x}_K=A_Kx_K+B_Ky\\ u_K=C_Kx_K\end{cases} \tag{24}$$

ただし，

$$A_K=A-HC-BK \qquad B_K=H \qquad C_K=-K$$

である。また，上式の H はカルマンフィルタゲインであり，次式で求められる。

$$H=SC^T \tag{25}$$

ここで，S は次式のリッカチ方程式の正定対称解である。

$$SA+A^TS-SC^TCS+q^2BB^T=0 \tag{26}$$

この q はスカラパラメータであり，この場合の最適制御系は LQG/LTR 法と呼ばれ $q\to\infty$ により LQ コントローラに漸近させることができる。よって，安定化領域における制御系の設計は，重み関数 Q,

R および q を与え，様々な試行の結果フィードバック K とカルマンフィルタゲイン H を得ることである。

6. シミュレーション結果

6.1　シミュレーションの設計

5章で設計した制御則の有効性を検証するため，4章で求めた実機のパラメータを用いてシミュレーションを行う。シミュレーションのプログラムとして Matlab/Simulink[1),2)] を用いた。プログラムの構成は STEP 1 の振り上げ領域においては Matlab のみで構成し，STEP 2 の安定化領域では，Matlab と Simulink をリンクさせて計算を行った。Simulink 上で作成したブロック線図を図6に示す。

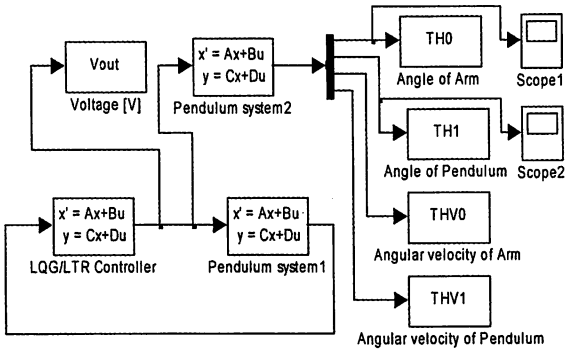

図6　Simulink 上で作成したブロック線図

また，STEP 2 における LQG 制御における重み関数および振り上げ制御時に使用するパラメータの γ，δ は以下の様に設定した。

$$Q=\begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$R=0.4$　　$q=1000$

$\gamma=0.1$　　$\delta=0.02$

また，システムの初期状態は

$$[\theta \quad \alpha \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha}]^T=[0 \quad -180^\circ \quad 0 \quad 0]^T$$

である。またシミュレーションではアームのスウィング範囲を $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ として，この領域を出た場合は強制的に反対方向へスウィングさせた。

6.2　システム全体の力学的エネルギについて

ここでは，「$\dot{E}>0$ であれば $E(\theta, \alpha, \dot{\theta}, \dot{\alpha})$ の傾きが常に正，つまりエネルギを単調増加させることが可能」なので，$\dot{E}>0$ が成り立っているのかどうか，そしてエネルギを単調増加させることができているかを検討する。図7にエネルギを時間微分した $\dot{E}$ の時間応答を示す。図7より，$\dot{E}>0$ を満たしていることがわかる。そして，システム全体のエネルギ E はほぼ単調増加を示しているといえる。グラフ中の落ち込んでいる部分は，本研究ではアームスウィング角度の可動領域を $-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ と制限したためだと考えられる。これは制限したアーム角度を超えないようにするために，強制的に反対側へアームをスウィングさせているため，このとき一瞬力学的エネルギが落ち込むと考えられる。

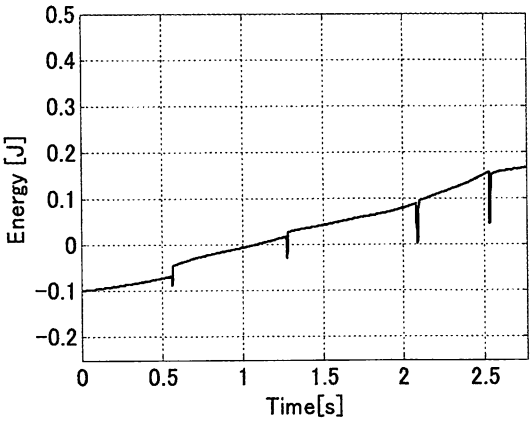

図7　$\dot{E}$ の時間応答

6.3　STEP 1 の振り上げ制御の時間応答

ここでは，振子が最終目標値である真上（$\alpha=0^\circ$）で安定するか，またその時のアーム角度がどのようになっているかを検討する。図8にアーム角度の時間応答，図9には振子角度の時間応答について示す。図8の破線は±90°でアーム角度の制限された領域を表し，図9の点線は±30°で，STEP 1 と STEP 2 の境界線を表している。6.1節で述べたが，

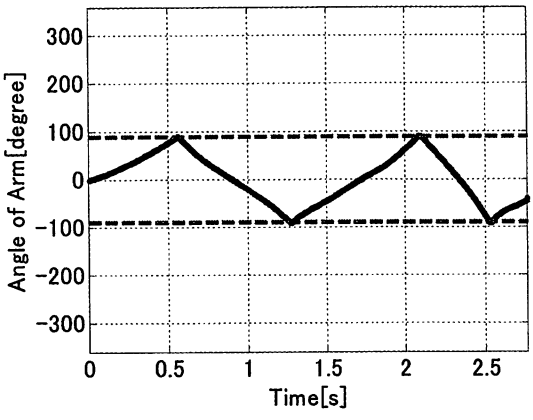

図8　アーム角度 θ の時間応答

アーム角度の可動領域を制限したため，ほぼ±90°の範囲でアームが可動しているのがわかる。また図9よりSTEP 1の振り上げ制御領域では，振子は真下の－180°から出発し左右に振られ，安定化領域へ振り上げようとしているのがわかる。その後，2.7[s] 付近でSTEP 2の安定化制御領域に達することになる。

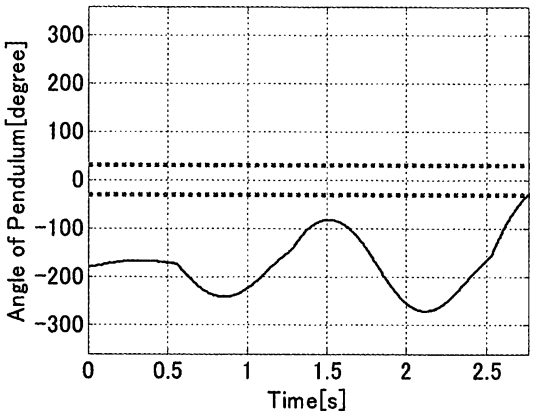

図9　振子角度αの時間応答

6.4　STEP 1とSTEP 2を合わせた全体の時間応答

アーム角度αについての初期状態から倒立した過程までの時間応答を図10に示す。STEP 1からSTEP 2へ移行する瞬間に，振子は逆応答をしてスムーズな挙動が行われなかった。これは，制御則が急に切り換わってしまったことが原因と考えられる。この問題点を克服するには，STEP 1とSTEP 2の間に非線形なシステムに有効であると考えられている制御手法を用いることが考えられる。例えば，スライディングモード制御を利用すれば安定化領域に移行するとき，アームや振子の角速度をゼロ近傍に近づけることにより，運動エネルギを減少させスムーズな切り換えが可能になると考えられる。

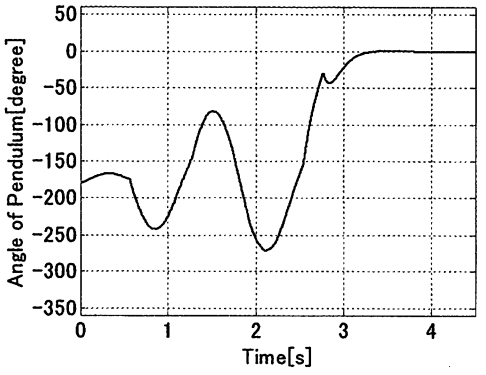

図10　振子角度αの時間応答

以上のことからシミュレーション上では，初期状態から最終目標値で安定させることができたので，今回提案した2ステップの制御則は有効であったと考えられる。しかしながら，実機に応用したした場合，制御則の切り換え時が問題になる可能性がある。

7.　結　言

システムの非線形領域と線形化可能領域に分割し，それぞれの領域に対して「STEP 1：エネルギ法による振り上げ制御」と「STEP 2：LQG制御理論を用いた安定化制御」を行うという2ステップ制御を提案した。提案した制御手法が有効であるかどうか検証するためにMatlab/Simulinkを用いてシミュレーションを行った。その結果をまとめると次のことが言える。

(1) 非線形なシステムであっても，線形化可能領域を設定することで，LQG制御等の現代制御理論が適用でき，安定化制御が可能である。
(2) 今回提案した力学的エネルギを増大させるエネルギ法は振子の振り上げ制御に有効である。

今後の課題としては，STEP 1からSTEP 2に切り換わる瞬間，アーム，振子ともにある程度の大きさの角速度を持っているので，LQG制御による操作量に影響を与える可能性があり，実機に本制御手法を適用して検証を行う予定である。

参考文献

1) 青山貴伸・蔵本一峰・森口肇　著，吉田郷弘　監修，使える！MATLAB，講談社（2002）
2) 川田昌克・西岡勝弘　著，井上和夫　監修，MATLAB/Simulinkによるわかりやすい制御工学，森北出版（2001）
3) 美多　勉，非線形制御入門―劣駆動ロボットの技能制御理論，昭晃社（2000）
4) Spong, M, "The Swingup Control Problem for the Acrobot", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 15, No. 1, pp. 49-55, Feb. 1995.