水中振動システムの最適設計に関する研究

正　木　寿　幸*・小　林　義　和

A Study On Optimal Design of Vibration System in Water

Kazuyuki MASAKI* and Yoshikazu KOBAYASHI

(2004年11月29日受理)

In this study, a two-degree-of-freedom system composed of a main vibrating-system and a vibration absorber in water has been considered. The system has been assumed to vibrate vertically due to the forced displacement applied at its top, and optimal condition for absorber has been determined so as to minimize the amplitude of the main system. There are six design parameters affecting the optimal condition of the absorber in water. In this study, Quasi-Newton method has been applied to the system to determine the optimal combination of those six design parameters simultaneously. The result indicates that among the six parameters, four parameters greatly affect the performance of absorber in water. Moreover, drag and added-mass coefficients have examined by experimental investigation so as to utilize above mentioned theoretical results for various practical cases.

1. 緒言

海洋開発の発展とともに水中振動物体の振動抑制の要求が高まってきている。本研究では様々な振動抑制の方法のうち動吸振器を用いた場合を対象としている。空気中での動吸振器による振動抑制の研究はさかんに行われているが水中でのそれはほとんど行われていないのが現状である。小林・麻生らは，深海底鉱物資源採取システムの縦振動を抑制するための水中動吸振器の最適設計問題[1]について検討し，水中動吸振器の設計には６つのパラメータが必要であることを明らかにした。ただし，この研究では６つのパラメータのうち比較的選択範囲の狭い３つを固定したときの，残る３つのパラメータを最適化したに過ぎなかった。そこで，本研究では水中振動物体を動吸振器によって振動抑制するときに必要となるこれら６つのパラメータを最適化手法の１つである準ニュートン法を用いて同時に最適化し，応答振幅をさらに低減することを目的としている。対象モデルは主振動系と動吸振器から構成される水中２自由度系で，主振動系の上端に垂直方向の強制変位が作用するものである。また，６つのパラメータの中には抗力係数および付加質量係数という２つの未知数を含んでいるため最適化によって６つのパラメータが決定しても実際の設計に応用することが難しい。そこで，本研究ではそれら２つの未知数を明らかにするために実験装置を製作し，実際に水中で物体を振動させ２つの未知数を実験によって求めることとした。

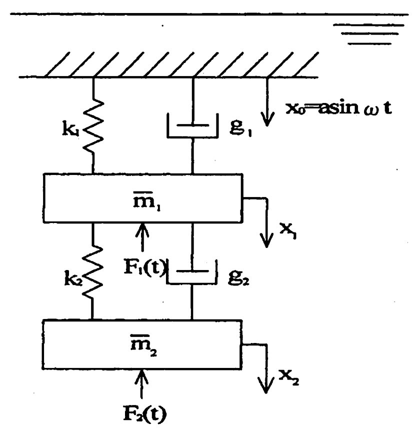

図 2.1　解析モデル

* 秋田高専専攻科学生

2. 理論解析

本研究の解析モデルは図2.1のようになり，運動方程式は次式で表される。

$$\left.\begin{aligned}&\overline{m_1}\ddot{x}_1+g_1(\dot{x}_1-\dot{x}_0)+k_1(x_1-x_0)\\&\quad+g_2(\dot{x}_1-\dot{x}_2)+k_2(x_1-x_2)+F_1(t)=0\\&\overline{m_2}\ddot{x}_2+g_2(\dot{x}_2-\dot{x}_1)+k_2(x_2-x_1)+F_2(t)=0\end{aligned}\right\} \tag{2.1}$$

ここで，k_i, g_i, $\overline{m_i}$, $F_i(t)$, x_i($i=1$：主振動系　$i=2$：動吸振器）はそれぞれ，ばね定数，ダンパの粘性減衰係数，質量，周囲の水によって生じる非定常流体力，鉛直方向の変位である。さらに，x_0 は主振動系上端に作用する強制変位であり，本研究においては $a\sin\omega t$ と仮定した。

非定常流体力 $F_i(t)$ $(i=1, 2)$ はモリソンらの式[2]より次式で表される。

$$F_i(t)=C_{mi}m_{ai}\ddot{x}_i+0.5\rho C_{Di}S_i\dot{x}_i|\dot{x}_i| \tag{2.2}$$

ここで，C_{mi}, C_{Di}, m_{ai}, ρ, S_i はそれぞれ，付加質量係数，抗力係数，$\overline{m_i}$ によって置換された周囲の水の質量，周囲の水の密度，$\overline{m_i}$ の横断面積である。ただし，本解析では(2.2)式の第2項をエネルギー法[3]によって線形化した次の式によって非定常流体力を評価した。

$$\begin{aligned}F_i(t)&\cong C_{mi}m_{ai}\ddot{x}_i+\left(\frac{4\rho C_{Di}S_ia_i}{3\pi}\omega\right)\dot{x}_i\\&=\widetilde{m}_i\ddot{x}_i+c_i\dot{x}_i\qquad(i=1, 2)\end{aligned} \tag{2.3}$$

ここで，a_i, ω は $\overline{m_i}$ の振幅，角振動数，$\widetilde{m}_i$, c_i は付加質量，等価粘性減衰係数である。

いま付加質量を考慮した総質量を次式で定義する。

$$m_i=\overline{m_i}+\widetilde{m}_i\qquad(i=1, 2) \tag{2.4}$$

また，次のような無次元量を定義すると，

$$\left.\begin{aligned}&X_1=\frac{x_1}{a},\ X_2=\frac{x_2}{a},\ T=\omega t,\ \Omega=\omega\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}\\&\gamma=\frac{k_2}{k_1},\ \delta=\frac{g_2}{g_1},\ \overline{G_1}=\frac{g_1}{\sqrt{m_1k_1}},\ \mu=\frac{m_2}{m_1}\\&\overline{S}=\frac{C_{D2}S_2}{C_{D1}S_1},\ C_1=\frac{c_1}{m_1\omega},\ C_2=\frac{c_2}{m_2\omega}\end{aligned}\right\} \tag{2.5}$$

無次元運動方程式は次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{X}_1+\left(\frac{\overline{G_1}}{\Omega}+\frac{\overline{G_1}\delta}{\Omega}+C_1\right)\dot{X}_1+\frac{1}{\Omega^2}(1+\gamma)X_1\\&\quad-\frac{\overline{G_1}\delta}{\Omega}\dot{X}_2-\frac{\gamma}{\Omega^2}X_2=\frac{\overline{G_1}}{\Omega}\cos T+\frac{1}{\Omega^2}\sin T\\&\ddot{X}_2-\frac{\overline{G_1}\delta}{\mu\Omega}\dot{X}_1-\frac{\gamma}{\mu\Omega^2}X_1+\\&\quad\left(\frac{\overline{G_1}\delta}{\mu\Omega}+C_2\right)\dot{X}_2-\frac{\gamma}{\mu\Omega^2}X_2=0\end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

なお，ここで $\dot{X}_1$, $\dot{X}_2$ はそれぞれ T に関する一階微分である。

次に(2.6)式の定常解を次式のように仮定する。

$$\left.\begin{aligned}X_1&=A_1\cos T+B_1\sin T,\\X_2&=A_2\cos T+B_2\sin T\end{aligned}\right\} \tag{2.7}$$

(2.7)式を(2.6)式に代入した後，それぞれ正弦項と余弦項について整理することにより次の連立方程式を得る。

$$\left.\begin{aligned}&(1+\gamma-\Omega^2)A_1+\{\overline{G_1}\Omega(1+\delta)+C_1\Omega^2\}B_1\\&\quad-\gamma A_2-\overline{G_1}\Omega\delta B_2=\Omega\overline{G_1}\\&-\{\overline{G_1}\Omega(1+\delta)+C_1\Omega^2\}A_1+(1+\gamma-\Omega^2)B_1\\&\quad+\overline{G_1}\Omega\delta A_2-\gamma B_2=1\\&-\gamma A_1-\overline{G_1}\Omega\delta B_1+(\gamma-\Omega^2\mu)A_2\\&\quad+(\overline{G_1}\Omega\delta+\mu\Omega^2C_2)B_2=0\\&\overline{G_1}\Omega\delta A_1-\gamma B_1-(\overline{G_1}\Omega\delta+\mu\Omega^2C_2)A_2\\&\quad+(\gamma-\Omega^2\mu)B_2=0\end{aligned}\right\} \tag{2.8}$$

ゆえに，この連立方程式を解いて A_1, A_2, B_1, B_2 を求めれば，$\overline{m_i}$ の振幅を求めることができる。しかしながら，C_1, C_2 は $\overline{m_i}$ の振幅の関数となっているのでこのままでは解けない。そこで，X_1 と X_2 の振幅を次式の α，β で定義する。

$$\alpha=\sqrt{A_1^2+B_1^2},\quad \beta=\sqrt{A_2^2+B_2^2} \tag{2.9}$$

C_1, C_2 は α，β を用いて次式で表される。

$$C_1=C_0\alpha,\ C_2=C_0\frac{\overline{S}}{\mu}\beta \tag{2.10}$$

C_0 は次式のような無次元粘性減衰係数である。

$$C_0=\frac{4\rho C_{D1}S_1a}{3\pi m_1} \tag{2.11}$$

ゆえに，α，β の初期値をあらかじめ仮定し，式(2.8)～式(2.10)関係から繰り返し計算によって α の値を求めることができる。

以上の解析から，強制変位と主振動系の定数（a_1, ω, m_1, k_1）が分かれば，動吸振器の設計パラメー

タはμ，γ，δ，$\overline{G_1}$，$\overline{S}$，C_0の６つであることが分かる。

3. 最適化

3.1 目的関数

水中動吸振器の設計問題では，主振動系に減衰があるほか，周囲流体による減衰があるため，振動数応答曲線に２定点が存在せず，いわゆる空気中の動吸振器の設計手法である定点理論[4]を適用することができない。しかし，以前の研究[1]において振動数応答曲線の振幅の最大値は，２つの極大値のピークの高さが等しくなったときに最小となり，定点理論と同様の手法が適用できることが分かっている。したがって，本研究では前述の６つのパラメータからなるベクトル$\mathbf{p}=(\mu, \gamma, \delta, \overline{G_1}, \overline{S}, C_0)$と無次元振動数$\Omega$の関数である主振動系の振幅$\alpha$の最大値$\alpha'$（(3.1)式）を計算機内で求め，この$\alpha'$を準ニュートン法の１つであるDFP(Davidon-Fletcher-Powell)法で最適化することにした。

$$\alpha'(\mathbf{p})=\max[\alpha(\mathbf{p}, \Omega)] \qquad \varepsilon \leq \Omega \leq \Omega_m \quad (3.1)$$

ただし，ε，Ω_mはΩの範囲を規定する量である。

3.2 ペナルティ法

一般に最適化を行う場合，設計パラメータはある範囲内の値しか取り得ない。この範囲は一般に不等式拘束条件によって与えられる。不等式拘束条件を満足させるための方法として本研究ではペナルティ法[5]を用いている。ここで，先の目的関数$\alpha'(\mathbf{p})$に次のようなペナルティ関数を加えた新たな目的関数$\overline{\alpha}(\mathbf{p})$を定義する。

$$\overline{\alpha}(\mathbf{p})=\alpha'(\mathbf{p})+r\sum_{i=1}^{n}\{\max[0, h_i(\mathbf{p})]\}^2 \qquad (3.2)$$

ただし，$h_i(\mathbf{p})$は不等式拘束条件を表し，nは拘束条件数，rはペナルティ係数を表している。ペナルティ係数は繰り返しとともに増加させるものとする。

3.3 最適化理論[6]

DFP法を用いて最適化を行うには次のような勾配とヘッシアンの計算が必要となる。$\mathbf{p}=\overline{\mathbf{p}}$のときの勾配$\overline{\alpha}_p(\overline{\mathbf{p}})$とヘッシアン$\overline{\alpha}_{pp}(\overline{\mathbf{p}})$は次式のようである。

$$\overline{\alpha}_p(\overline{\mathbf{p}})=\left[\frac{\partial\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_1}, \frac{\partial\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_2}, \cdots, \frac{\partial\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_n}\right]^T \quad (3.3)$$

$$[\overline{\alpha}_{pp}(\overline{\mathbf{p}})]=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_1^2} & \dfrac{\partial^2\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_1\partial p_2} & \cdots & \dfrac{\partial^2\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_1\partial p_n} \\ \dfrac{\partial^2\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_1\partial p_2} & \vdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & & & \\ \dfrac{\partial^2\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_1\partial p_n} & \cdots & \cdots & \dfrac{\partial^2\overline{\alpha}(\overline{\mathbf{p}})}{\partial p_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

ここで，添字pおよびppはそれぞれ一階微分，二階微分を示す。

DFP法とはヘッシアン$[\overline{\alpha}_{pp}(\overline{\mathbf{p}})]$の近似行列を目的関数の値と勾配$\overline{\alpha}_p(\overline{\mathbf{p}})$の計算値から求め最適化を行う準ニュートン法の一種である。次数が大きい場合や目的関数が複雑な場合に利用できるため，本研究ではDFP法を使用している。なお，勾配$\overline{\alpha}_p(\overline{\mathbf{p}})$は直接求めることが難しいので，数値微分[7]によって求めている。

3.4 DFP法の計算アルゴリズム[8]

DFP法の計算アルゴリズムは以下のようである。はじめにヘッシアンの逆行列を$\mathbf{H}_i$と定義し，$k=1$とする。

STEP 1) 設計変数の初期点$\mathbf{p}_0$と正値対称な$\mathbf{H}_0$を与える。

STEP 2) $\overline{\alpha}_p(\overline{\mathbf{p}_0})$を求める。$\overline{\alpha}_p(\overline{\mathbf{p}_0})\cong 0$なら終了。

STEP 3) $\mathbf{d}_k=-\mathbf{H}_k\overline{\alpha}_p(\mathbf{p}_k)$のように探索方向を決定し，$\overline{\alpha}(\mathbf{p}_k+\mathrm{v}_k\mathbf{d}_k)$を最小化する$\mathrm{v}_k$を直線探索で求め$\mathbf{p}_{k+1}=\mathbf{p}_k+\mathrm{v}_k\mathbf{d}_k$とする。

STEP 4) $\overline{\alpha}(\mathbf{p}_{k+1})$を求める。$\overline{\alpha}(\mathbf{p}_{k+1})\cong 0$なら終了。

STEP 5) $\mathbf{s}_k=\mathbf{p}_{k+1}-\mathbf{p}_k$，$\mathbf{y}_k=\overline{\alpha}_p(\mathbf{p}_{k+1})-\overline{\alpha}_p(\mathbf{p}_k)$とおき，次のDFP公式により，$\mathbf{H}_{k+1}$を求める。

$$\mathbf{H}_{k+1}=\mathbf{H}_k+\frac{\mathbf{s}_k\mathbf{s}_k^T}{\mathbf{y}_k^T\mathbf{s}_k}-\frac{\mathbf{H}_k\mathbf{y}_k\mathbf{y}_k^T\mathbf{H}_k}{\mathbf{y}_k^T\mathbf{H}_k\mathbf{y}_k} \qquad (3.11)$$

STEP 6) ペナルティ係数を$r_{k+1}=\lambda r_k(\lambda>1)$と更新し，$k=k+1$とし，STEP 3) へ。

4. 計算結果

実際の設計を考慮し６つの設計パラメータに式(4.1)のような拘束条件を与えた。計算条件として，ペナルティ係数rの初期値を1000，λを1.2とし，探索の初期値を任意に与えたときの結果を表4.1に示す。前述の計算では$\overline{\alpha}$を最小化したが，以下の計算では主振動系の振幅αとして示した。

拘束条件

表 4.1　拘束条件式(4.1)による計算結果

		μ	γ	δ	$\overline{G_1}$	$\overline{S}$	C_0	α	計算数
①	初期値	0.2	0.2	0.2	0.05	0.5	0.02		
	収束値	0.4542	0.3163	1.000	0.1000	2.000	0.0500	1.64124	34
②	初期値	0.5	0.5	0.5	0.05	1.0	0.04		
	収束値	0.4542	0.3163	0.9999	0.1000	2.000	0.0500	1.64126	48
③	初期値	1.2	1.1	1.3	0.15	2.3	0.07		
	収束値	0.4542	0.3163	1.000	0.1000	1.999	0.0500	1.64124	41

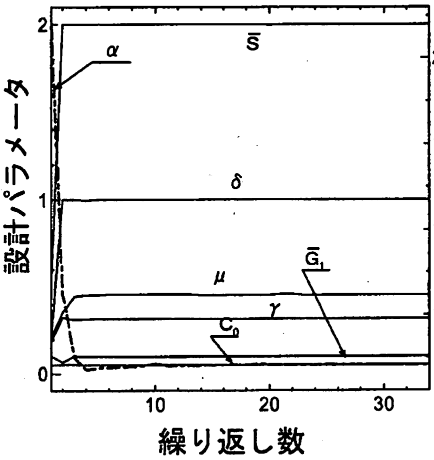

図 4.1　表 4.1①の探索履歴

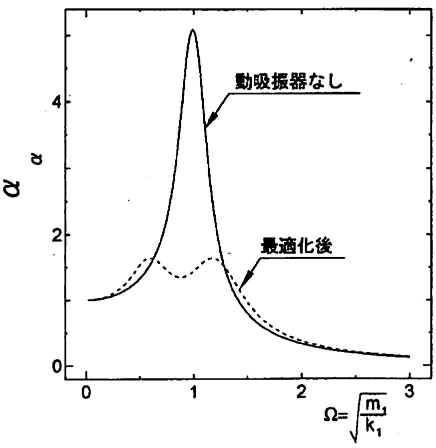

図 4.2　振動数応答曲線

表 4.3　α 低減の影響度

		1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
δ	δ	1.000	1.500	1.999	2.500	2.999	3.500	3.773
	α	1.64124	1.59852	1.55789	1.5188	1.48092	1.45631	1.45273
	$\Delta\alpha/\Delta\delta$		−0.08544	−0.08343	−0.08162	−0.08020	−0.07397	−0.06798
$\overline{G_1}$	$\overline{G_1}$	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.3500	0.4000
	α	1.64124	1.54448	1.46115	1.38871	1.32866	1.29498	1.27243
	$\Delta\alpha/\Delta\overline{G_1}$		−1.9352	−1.8009	−1.6835	−1.5629	−1.3850	−1.2294
$\overline{S}$	$\overline{S}$	2.000	3.000	3.999	4.999	6.000	6.999	8.000
	α	1.64124	1.56121	1.50225	1.45577	1.41760	1.38533	1.35738
	$\Delta\alpha/\Delta\overline{S}$		−0.08003	−0.06953	−0.06184	−0.05591	−0.05119	−0.04731
C_0	C_0	0.05000	0.07500	0.1000	0.1250	0.1500	0.1750	0.2000
	α	1.64124	1.52267	1.44072	1.37948	1.33151	1.30014	1.26639
	$\Delta\alpha/\Delta C_0$		−4.7428	−4.0104	−3.4901	−3.0978	−2.7288	2.4990

$$\begin{cases} 0.01\leq\mu\leq1.00,\ 0.01\leq\gamma\leq1.00,\ 0.01\leq\delta\leq1.00, \\ 0.01\leq\overline{G_1}\leq0.10,\ 0.01\leq\overline{S}\leq2.00,\ 0.01\leq C_0\leq0.05 \end{cases} \tag{4.1}$$

表4.1から設計パラメータ，振幅ともに繰り返し数は異なるがほぼ同じ値に収束している。そして，δ，$\overline{G_1}$，$\overline{S}$，C_0 の4つのパラメータは拘束条件の上限に収束している。図4.1は表4.1の①についての探索履歴を示している。α の値は繰り返し数とともに単調減少し，約10回程度で収束している。他のパラメータも同様に10回を過ぎたあたりから大きな変化は見られない。

δ，$\overline{G_1}$，$\overline{S}$，C_0 の4つのパラメータが拘束条件の上限に収束していることから，設計パラメータの値が大きいほど主振動系の振幅 α を低減できることが

わかった。

式(4.1)の条件で最適化を行った計算結果と動吸振器が無い場合の振動数応答曲線を描くと図4.2のようになる。最適化によりそれぞれ振幅を大幅に低減できることがわかる。本研究の範囲ではδ，$\overline{G_1}$，$\overline{S}$，C_0の4つのパラメータが大きいほど主振動系の振幅αを低減できることがわかったが，実際の設計ではさまざまな制約を受け，これら4つを同時に大きくすることは難しいと考えられる。そこでこれら4つのパラメータのαの低減に及ぼす影響度を検討するために感度解析を行った。表4.3は式(4.1)で示される拘束条件の上限値を基準としてδ，$\overline{G_1}$，$\overline{S}$，C_0の許容領域の上限値を単独で1.5～4.0倍まで0.5倍刻みで変化させ最適化を行ったときの各パラメータの収束値，αの値および1.0倍を基準としたときの各パラメータの感度を示したものである。これらの結果から，C_0と$\overline{G_1}$との影響が特に大きく，δ，$\overline{S}$の影響は小さいことがわかる。そして，α低減の優先順位はC_0，$\overline{G_1}$，δ，$\overline{S}$の順である。

5. 実験

5.1 実験の目的

前章までは6つの設計パラメータについて最適化を行ってきた。しかし，前述のように設計パラメータの中には抗力係数C_Dと付加質量係数C_mという未知数を含んでいる。前述の解析では，このC_DとC_mがあらかじめ分かっていると仮定して計算を行ったが，実際の設計に応用する場合には，これら2つの未知数について検討しておく必要がある。そこで本章では未知数を明らかにするべく第一歩として最も簡単な，1自由度振動系について実験を行った。

5.2 実験装置および実験方法

図5.1の実験装置を測定用の窓を取り付けたドラム缶に入れ，水で満たしてモータの回転運動をクランクシャフトにより直線運動に変え加振する。クランクシャフトの偏心により加振振幅を設定している。そのため，入力振幅は常に一定である。また，モータの回転数制御はPWM制御を採用している。測定は，試験片をドラム缶の窓からデジタルビデオカメラで撮影し，横に取り付けたメジャーを基準として振幅を求める。また，振動数はシャフトの回転数を回転数計（タコメータ）により，測定し算出している。構造減衰係数g_1，g_2は試験片を自由振動させ，対数減衰率[9]を用いて求めた。

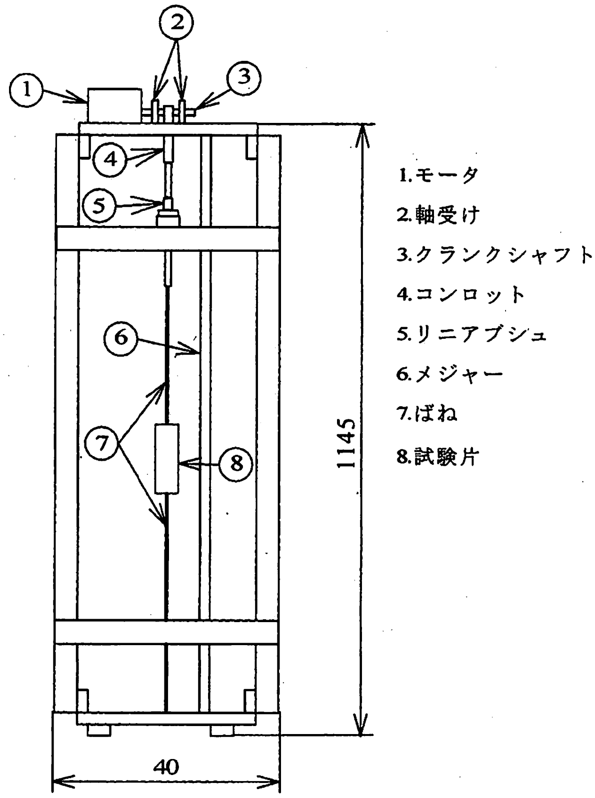

図5.1　実験装置

5.3 抗力係数と付加質量係数の算出方法

本実験のモデルは図5.2のようになる。本実験は麻生らの方法[10]に基づき次に述べる手順に従って抗力係数C_Dおよび付加質量係数C_mを求める。ここで，k_1，k_2はばね定数，g_1，g_2は構造減衰係数，x_0（$=a\sin\omega t$）はばね上端部に作用する強制変位，$F(t)$は周囲の水によって生じる非定常流体力である。このモデルの運動方程式は次式で示される。

$$m\ddot{x}+g_1(\dot{x}-\dot{x}_0)+g_2\dot{x}+k_1(x-x_0)+k_2x+F(t)=0 \tag{5.1}$$

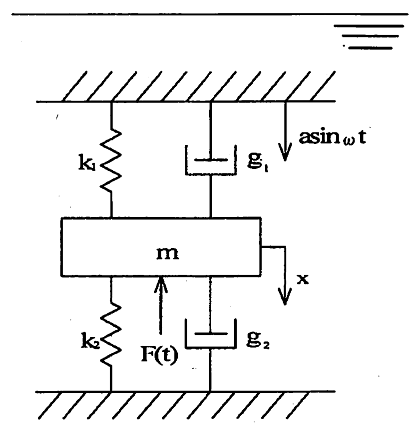

図5.2　実験モデル

流体力 $F(t)$ は第2章(2.2) と同様で次式で表される。

$$F(t)=C_m m_a \ddot{x}+0.5\rho C_D S\dot{x}|\dot{x}| \quad (5.2)$$

(5.2)式の第2項を第2章と同様に線形化すると(5.3)式を得る。

$$F(t)\cong C_m m_a \ddot{x}+c\dot{x} \quad (5.3)$$

ここで，等価粘性減衰係数は次式で表される。

$$c=4\rho C_D SA\omega/3\pi \quad (5.4)$$

そこで，次の量を定義し，

$$M=m+C_m m_a,\ \ G=g_1+g_2,\ \ K=k_1+k_2 \quad (5.5)$$

(5.1)式を書き換えると次式が得られる。

$$\begin{aligned}&M\ddot{x}+(G+c)\dot{x}+Kx\\&=g_1 a\omega\cos\omega t+k_1 a\sin\omega t\end{aligned} \quad (5.6)$$

いま，(5.6)式の解を次のように仮定する。

$$x=A\sin(\omega t+\phi) \quad (5.7)$$

ここで，A は次式で示される。

$$A=\frac{\sqrt{g_1^2+(k_1/\omega)^2}}{\sqrt{(K/\omega-\omega M)^2+(G+c)^2}}a \quad (5.8)$$

また，(5.8)式を C_D, M について整理し，(5.9)式を得る。

$$\begin{aligned}&\left(\frac{4A\omega S\rho}{3\pi}\right)^2 C_D^2+2\left(\frac{4A\omega S\rho}{3\pi}\right)GC_D+G^2\\&+\left(\frac{K}{\omega}-\omega M\right)^2-\left(\frac{a}{A}\right)^2\left\{\left(\frac{k_1}{\omega}\right)^2+g_1^2\right\}=0\end{aligned} \quad (5.9)$$

一方，共振時の固有角振動数 ω_R は試験片の振幅が最大になる振動数と一致する。そのため，(5.8)式を ω について微分し0と置くことで ω_R が得られる。

$$\omega_R=\sqrt{-\left(\frac{k_1}{g_1}\right)^2+\sqrt{\left(\frac{k_1}{g_1}\right)^4-\left(\frac{k_1}{g_1}\right)^2\left\{\frac{(G+c)^2}{M^2}-\frac{2K}{M}\right\}+\left(\frac{K}{M}\right)^2}} \quad (5.10)$$

さらに，(5.4)式，(5.5)式を(5.10)式に代入し，C_D, C_m について整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned}&\left(\frac{4A_R\omega_R S\rho}{3\pi}\right)^2 C_D^2+2\left(\frac{4A_R\omega_R S\rho}{3\pi}\right)GC_D+G^2\\&+\omega_R^2(m+C_m m_a)^2\left\{\left(\frac{g_1\omega_R}{k_1}\right)+2\right\}\\&-2K(m+C_m m_a)-\left(\frac{g_1 K}{k_1}\right)^2=0\end{aligned} \quad (5.11)$$

ここで，A_R は共振時の応答振幅である。次に，(5.9)式の共振時における関係を求めれば(5.12)式のようになる。

$$\begin{aligned}&\left(\frac{4A_R\omega_R S\rho}{3\pi}\right)^2 C_D^2+2\left(\frac{4A_R\omega_R S\rho}{3\pi}\right)GC_D+G^2\\&+\left\{\frac{K}{\omega_R}-\omega_R(m+C_m m_a)\right\}^2\\&-\left(\frac{a}{A_R}\right)^2\left\{\left(\frac{k_1}{\omega_R}\right)^2+g_1^2\right\}=0\end{aligned} \quad (5.12)$$

(5.11)式，(5.12)式を同時に満たす C$_D$, C$_m$ は次のようである。

$$C_m=\frac{1}{m_a}\left[\frac{1}{\omega_R^2}\sqrt{K^2-k_1^2\left(\frac{a}{A_R}\right)^2}-m\right] \quad (5.13)$$

$$C_D=\frac{3\pi}{4A_R\omega_R^2 S\rho}\left[\sqrt{\left(\frac{a}{A_R}\right)^2(2k_1^2+\omega_R^2 g_1^2)-2K^2\left\{1-\sqrt{1-\left(\frac{k_1}{K}\right)^2\left(\frac{a}{A_R}\right)^2}\right\}}-\omega_R G\right] \quad (5.14)$$

以上より，実験において測定した，ばね定数 k_1, k_2, 構造減衰係数 g_1, g_2, および共振時の強制変位振幅 a, 応答振幅 A_R, 角振動数 ω_R を用いれば(5.13)式と(5.14)式から抗力係数 C_D と付加質量係数 C_m が求められる。

5.4 実験結果と考察

本実験では図5.3のような円柱の試験片を用いて実験を行う。表5.1に試験片の一覧を示す。図5.5は材質アルミニウム合金の直径D=30[mm]，長さL=90[mm]の円柱を基準に質量を変えずに断面積を1.5倍，2.0倍（表5.1の番号1〜3）と変化させたときの振動数応答曲線を示す。強制変位振幅 a は5

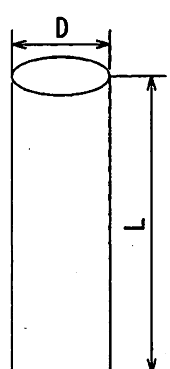

図5.3 試験片

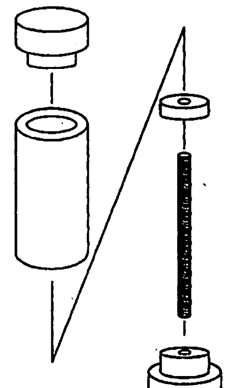

図5.4 質量可変試験片

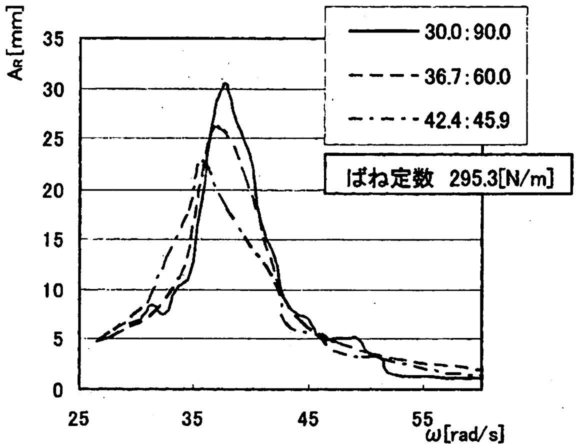

図 5.5 質量一定 断面積変化

表 5.1 試験片一覧

番号	材質	D:L[mm]	質量[kg]
1	アルミニウム合金	30.0:90.0	0.1826
2		36.7:60.0	0.1827
3		42.4:45.9	0.1867
4	鉄鋼	30.0:90.0	0.5030
5	ジュラコン	30.0:90.0	0.1037

[mm]で一定としている。このように，水中では流体力が作用するために質量が等しくても断面積が変化すると振動数応答曲線も変化することがわかる。

図5.6と図5.7は算出した抗力係数と付加質量係数の断面積との関係図であり，表5.1の番号 1～3 の試験片を 2 種類のばね（ばね定数 K=400.8, 295.3 [N/m]）で実験した結果である。付加質量係数が断面積の増加に伴って直線的に増加している。これは，断面積が増加すると周囲の水をより多く巻き込んで振動するためであると考えられる。図5.5より断面積が大きいほど共振点が左側に移動していることから付加質量の増加は明らかである。本実験の範囲では抗力係数は断面積が変化してもほとんど変化していないことがわかる。

次に，試験片の形状を30：90[mm]と固定し，試験片の材質をジュラコン，アルミニウム合金，鉄鋼と変化させ質量との関係を検証してみることにした。また，アルミニウム合金と鉄鋼には大きな密度の差があるため図5.4のような中に入れる重りによって形状を保ったまま質量を変えることのできる試験片を製作した。その結果を図5.8，図5.9に示した。これらより，付加質量係数は質量の増加に伴い減少する傾向にあると予想される。

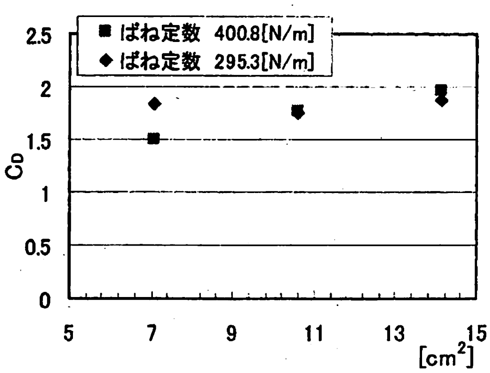

図 5.6 断面積－抗力係数関係図

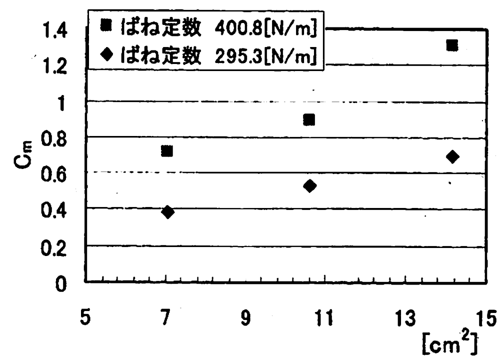

図 5.7 断面積－付加質量係数関係図

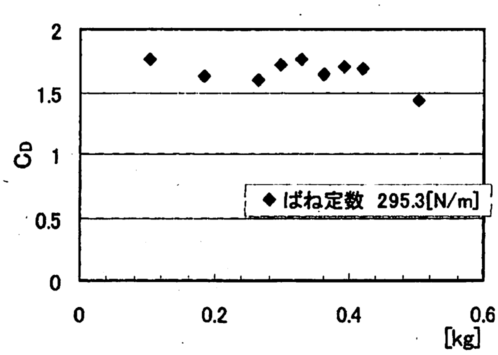

図 5.8 質量－抗力係数関係図

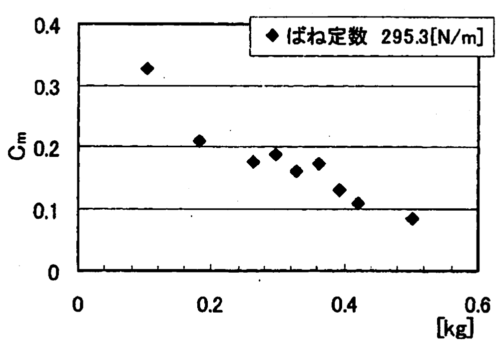

図 5.9 質量－付加質量係数関係図

抗力係数は，質量に関してほぼ一定の値をとっている。先の断面積との比較でもほぼ一定の値を示しており，本実験の範囲において質量や断面積が多少変化しても抗力係数は変動しないと考えられる。付加質量係数は，断面積の増加に対しては増加傾向を示し，質量の増加に対しては減少傾向を示すことがわかった。

6. 結言

本研究では水中動吸振器の最適な設計パラメータを解明するため，水中で振動する 2 自由度系を理論的に解析した。また，流体力に含まれる抗力係数と付加質量係数を明らかにするために実験を行った。その結果得られた結論は次の通りである。

1. 準ニュートン法を用いて水中動吸振器の設計に必要な 6 つのパラメータを同時に最適化することができる。
2. 本研究の範囲では δ，$\overline{G_1}$，$\overline{S}$，C_0 の 4 つの値をできるだけ大きくし，主振動系の振幅を最小にするように μ と γ の値を最適化すればよい。
3. 4 つのパラメータは $\overline{C_0}$，G_1，δ，$\overline{S}$ の順に主振動系の振幅低減に及ぼす影響が大きい。
4. 本研究の範囲では，抗力係数は試験片の質量や断面積が変化してもほとんど変化しない。付加質量係数は，断面積の増加に関しては増加傾向，質量の増加に関しては減少傾向がある。

参考文献

1) 小林義和・麻生和夫・大日方五郎，「水中動吸振器の最適条件」，日本機械学会論文集 C 編，65-630，pp. 544-550，(1999)
2) Morison, J.R., O'brien, M.P., Johson, J.W., and Schaaf, S.A., "The Force Exerted by Surface Waves on Piles", Petro. Trans. AIME, 189, pp. 149-154, (1950)
3) 麻生・谷・長南・林，「機械力学」，朝倉書店，(1986)，pp. 41-42.
4) 背戸一登・丸山晃市，「振動工学」，森北出版株式会社，(2002)，pp. 179-182.
5) 社団法人 日本機械学会，「構造・材料の最適設計」，技報堂出版株式会社，(1989)，pp. 53-55.
6) 嘉納秀明，「システムの最適理論と最適化」，コロナ社，(1987)，pp. 21-27.
7) Robert L. Ketter, Sherwood P.Prawel, Jr., "Modern Methods of Engineering Computation", McGraw-Hill Book Company, (1969), pp. 227.
8) 嘉納秀明，「システムの最適理論と最適化」，コロナ社，(1987)，pp. 91-98.
9) 麻生・谷・長南・林，「機械力学」，朝倉書店，(1986)，pp. 27-28.
10) 麻生和夫・菅勝重・森雅裕，「水中で軸方向に振動する円柱の抗力係数と付加質量係数」，日本機械学会論文集 C 編，54-507，pp. 2628-2632，(1988)