

非線形濾波器の実験的検討

佐 藤 武 治

1 ま え が き

伝送回路の解析においては影像パラメータが通常使用されるが、この理論は線形領域に限られる。したがって非線形素子を含んだ受動回路に影像パラメータ理論をそのまま適用することについては、多くの問題を含んでいると考えねばならない。そこでまず一つの手掛りとして線形回路における影像パラメータ理論による定K形低域濾波器を基本とし、直列素子には、非線形素子としてコア入りインダクタンスを使用し、微小電流におけるその実効インダクタンスが線形のそれと等しい濾波器（以後非線形濾波器と称する）を構成し、線形と非線形濾波器双方の簡単な回路解析を行なった。次には、実験によって影像インピーダンス、減衰定数、および位相定数を求め、その結果を比較検討した。結論として2、3の定性的に興味ある結果が得られたのでここに発表し、ご批評をこう次第である。

2 回路方程式および解析

図1は定K形低域濾波器の等価回路を示したものである。ただし非線形濾波器は対称濾波器と考え、非線形インダクタンスの磁束を ϕ 、巻数を n とし、第二次近似までをとる。図1から線形および非線形濾波器の四端子定数は今の場合それぞれ次式で与えられる。

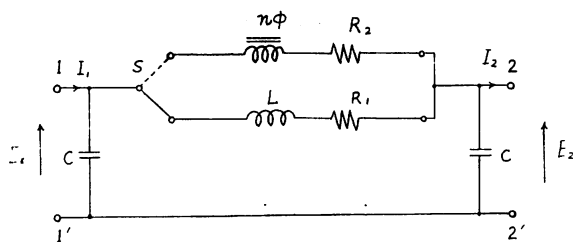


図1 使用した濾波器の等価回路

$$\begin{bmatrix} \dot{A} & \dot{B} \\ \dot{C} & \dot{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \omega^2 LC & j\omega L \\ 2j\omega C - j\omega^3 LC^2 & 1 - \omega^2 LC \end{bmatrix} \quad (1)$$

上式は線形の場合であって、 R_1 を無視する。これに対して非線形濾波器の場合の式は次式で与えられ、対称濾波器の特殊の場合のように考えられる。即ち

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_1 n &= (1 + j\omega CR_2) \dot{E}_2 + R_2 \dot{I}_2 + n \frac{d\phi}{dt} \\ \dot{I}_1 n &= (j\omega C - \omega^2 C^2) \dot{E}_2 + (1 + j\omega CR_2) \dot{I}_2 \\ &\quad + j\omega cn \frac{d\phi}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

なお上式において $R_2 = 0$ とおき、 $n \frac{d\phi}{dt}$ を $j\omega L(I_2 + j\omega C \dot{E}_2)$ とおけば(1)と等しくなる。次に(1)および(2)式をもととして各パラメータの解析による比較を試みる。

2・1 影像インピーダンスの特性比較について

影像インピーダンスは一般に濾波器の短絡および開放インピーダンスの幾何平均で与えられる。したがって損失のない濾波器では $1 - \Gamma$ なる入力端子からみた影像インピーダンスは(1)式により次式で与えられる。

$$Z_{01} = \sqrt{\frac{L}{2C}} \frac{1}{\sqrt{1 - \Omega^2}} \quad [\Omega] \quad (3)$$

$$\text{ここで } \Omega = \frac{\omega}{\omega_c}$$

ただし ω_c はしゃ断角周波数である。

しかるに非線形濾波器においては、仮りに直流抵抗 R_2 を無視出来たとしても、コアを含んだインダクタンスによって、電流が正弦波の変化をした場合、そこに発生する逆起電力は $e' = n \frac{d\phi}{dt}$ によって与えられ、基本波に対して第3高調波を多量に含んだものとなり、もはや定常状態における線形濾波回路の如く、そのインピーダンスを単に ωL とのみおくことは不可能となる。更に解析をむずかしくするのは発生する逆起電力は周波数の函数であり、したがって第3高調波の大きさそれ自体も現在の場合周波数の函数となることである。一般的に、非線形素子を線形素子または他の非線形素子と結合して回路構成をする場合、その重ね合わせで回路特性を求めることが困難なことも解析をむずかしくする原因である。これは各素子の特性は定常状態において入力と出力との関係で表わされるが、入力が時間的に変化するような場合、重ねの理で得た特性は、実際の回路特性とは異なる場合が多いという理由によるものである。それ故解析を容易にするため、巻数 n のコイルの磁束 ϕ が電流に対し、

$$n\phi = Li - L\beta i^3 \quad (0 < \beta < 1) \quad (4)$$

を満たすとし、定常状態において線形のインダクタンスと同様の取扱いをするため、実効インダクタンスを導入

する。しかがって流れる電流を正弦波とし、一周期間に貯えられるエネルギーより実効インダクタンスを決定する。

$$\frac{1}{2} L_e \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} i^2 d\omega t = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi/\omega} (n\phi) i d\omega t \quad (5)$$

$$i = I_m \sin \omega t = \sqrt{2} I \sin \omega t \quad (6)$$

(4), (6)式を(5)式に代入して整理すると実効インダクタンス L_e は、

$$L_e = \frac{\omega L}{\pi} \left(\frac{2\pi}{2\omega} - \frac{3\pi}{4\omega} \beta I_m^2 \right) \\ = L \left(1 - \frac{3}{2} \beta I^2 \right) \quad (7)$$

即ち実効値 I の電流が流れている時、コア入りインダクタンスの実効インダクタンス L_e は(7)式で与えられるから、線形誘波器にならってその映像インピーダンスを次式によって与えられるとした。

$$Z_{o1n} = \sqrt{\frac{L_e}{2C}} \sqrt{1 - \Omega_e^2} \quad (8)$$

$$\text{ただし } \Omega_e^2 = \frac{\omega^2 L_e C}{2} \text{ である。}$$

したがって Z_{o1n} は一つの変数となる。なお映像インピーダンスは、その伝送帯域においては実数であり、減衰域においては虚数となる。次に動作インピーダンスについて述べる。映像インピーダンスはあくまでも設計理論上のものであるから、実際測定においては終端インピーダンスを抵抗 R で固定する。この方式を動作インピーダンスといい、この方法では同じ誘波器の入力インピーダンスでも多少は異なった測定値が得られる。なお動作インピーダンスは次式で与えられる。

$$Z_a = R \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \Omega^2 + \Omega^4}} \quad (9)$$

非線形の場合については Ω_e を使用し、(9)式にならって現在の場合、次のように与えた。

$$Z_{an} = R \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \Omega_e^2 + \Omega_e^4}} \quad (10)$$

2・2 減衰定数および位相定数の比較について

例えば損失のない線形誘波器の場合の伝達定数を $\dot{\theta}$ とし、損失のある場合のそれを $\dot{\theta}_d$ とすれば、この場合の伝達定数は次式で与えられる。

$$\dot{\theta}_d = \dot{\theta} + \frac{1}{2} \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial j\omega} \omega \delta \quad (11)$$

$$\text{ここで } \delta = \frac{R_1}{\omega L}$$

それ故通過域においては $\dot{\theta} = j\beta$ であるから

$$\dot{\theta}_{ap} = j\beta + \omega \cdot \frac{\delta}{2} \cdot \frac{\partial \beta}{\partial \omega} \quad (12)$$

となり、位相量そのものは変化しないが、減衰ひずみを生ずることがわかる。ここで $\frac{\partial \beta}{\partial \omega}$ は群遅延時間である。

一方、減衰域においては、 $\dot{\theta} = \alpha + jn \cdot \frac{\pi}{2}$ であるから(11)式は、

$$\dot{\theta}_{da} = \alpha - j\omega \cdot \frac{\delta}{2} \frac{\partial \alpha}{\partial \omega} \quad (13)$$

となり、位相ひずみを生ずる。これらはいずれも Mayer の式として知られているものであって、素子の損失による影響を求めることが出来る。線形誘波器における δ なる損失係数について論じたが、非線形のそれではしたがって δ を $\delta_n = \frac{R_2}{\omega L_e}$ とおくことにより、それぞれの値を求めることが出来ると考えられるので式は省略する。

次に動作減衰量についてふれる。これは電源、誘波器および負荷の三つの影響をすべて含んでおり、実際の伝送系の特性を総合的に表わすことから広く一般に使用されている。現在の場合の誘波器についてこれを求めると α_u を伝送減衰量とし、 R_s, R をそれぞれ電源の内部抵抗、出力側の終端抵抗とした場合、次式で求められる。

$$\alpha_a = 20 \log_{10} \left| \frac{R_s + R}{\sqrt{4R_s R}} \right| + \alpha_u [\alpha B] \quad (14)$$

しかし乍ら計算上は、設計上の抵抗値で出入力端子を結んだものとして、次式が便利である。

$$\alpha_a = \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^4} \quad (15)$$

したがって非線形の場合の動作減衰量については、 ωc の代りに $\sqrt{\frac{2}{L_e C}}$ を代入すればよい。

最後に、動作位相量は電源 E_1 の位相に対する誘波器の出力電圧 E_2 の位相推移量で定義される。このことから映像インピーダンスを Z_{o1}, Z_{o2} とし R_s, R を動作減衰量の場合と同様に定めること、動作位相量 θ_a は次式で与えられる。

$$\theta_a = \frac{\dot{Z}_{o1} + R_s}{2\sqrt{\dot{Z}_{o1} R_s}} + \frac{\dot{Z}_{o2} + R}{2\sqrt{\dot{Z}_{o2} R}} + \beta \\ + \frac{1 - \frac{(\dot{Z}_{o1} - R_s)(\dot{Z}_{o2} - R)}{(\dot{Z}_{o1} + R_s)(\dot{Z}_{o2} + R)}}{2n\pi} e^{-2j\theta} \quad (16)$$

現在の誘波器については対称誘波器であるから、 $Z_{o1} =$

$Z_{o2} = \sqrt{\frac{L}{2C}}$ が成立し、非線形誘波器については、 L の代りに L_e を代入して検討する。

3 実験結果の検討

線形および非線形誘波器の公称インピーダンスを 600

〔 Ω 〕にとり、コア入りインダクタンスには山水のアップトランス ST-303 を使用した。1〔KHZ/S〕における微小電流による L_e の実測値は 355〔mH〕であり、その直流抵抗 $R_2 = 34.69$ 〔 Ω 〕である。これに対応する線形の L の直流抵抗 $R_1 = 20.20$ 〔 Ω 〕である。上記の定数をもとにして、 C を 0.492〔 μ F〕にとってそれぞれの定 K 形低域濾波器を構成し、シャ断周波数をこれら定数からほぼ 540〔HZ/S〕になるように決定した。上記定数をもとにして濾波器を組立てて影像インピーダンスの比較をした結果を図 2 に示す。

図からわかる如く、線形濾波器についてはほとんど(3)式による計算値と実測値は一致する。勿論リアクタンス四端子網として、 R_1 で示した直流抵抗 約 20〔 Ω 〕は無視して差支えない。これに対し非線形の場合シャ断周波数は恰かも存在しないかのように観測され、周波数が増加するにつれて、その影像インピーダンスは減少する。勿論(8)式には必らずしも合致しなかった。一般の素子は純リアクタンスではなく抵抗を伴うから、この抵抗が濾波器の性質に如何に作用するか、また現在の場合濾波器の素子を純リアクタンスとして考慮する場合、許容範囲

の抵抗値はどの程度かという事も当然検討を加えるべきであったと考える。この点については、損失を含む影像インピーダンスが次式で与えられることが、示される。

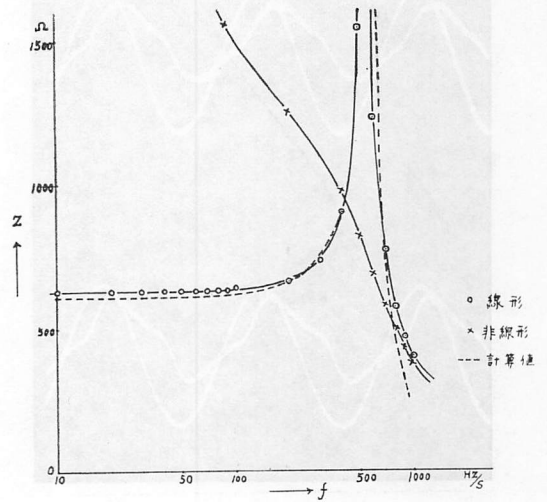
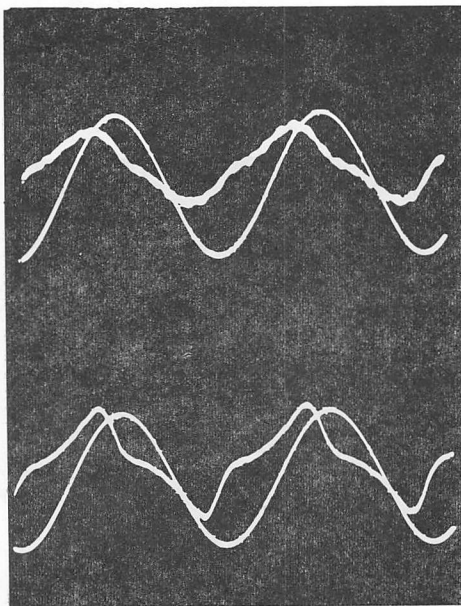
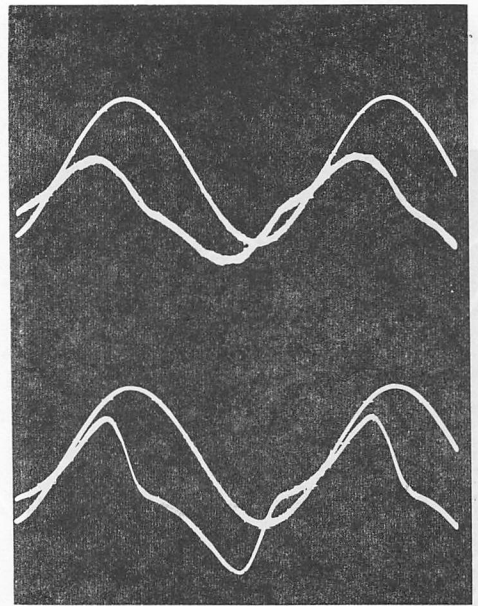


図 2 インピーダンス特性の比較

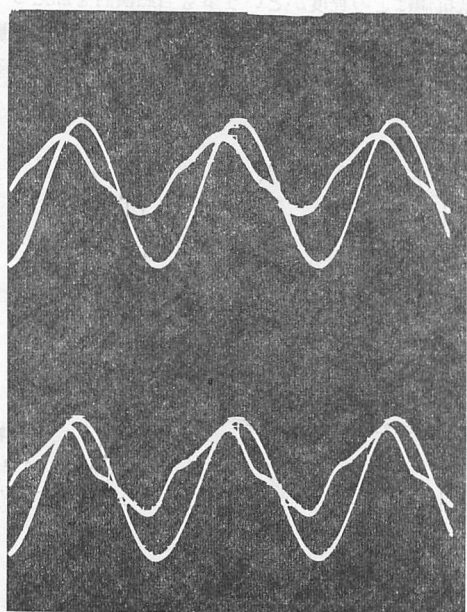


20 HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.2V/cm

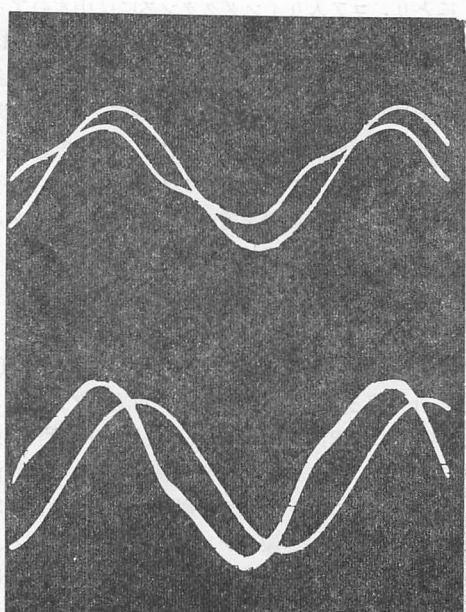
図 3



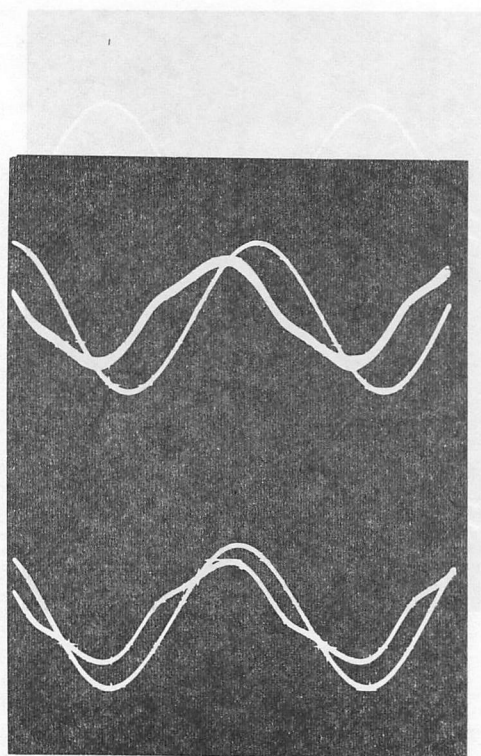
30 HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.1V/cm



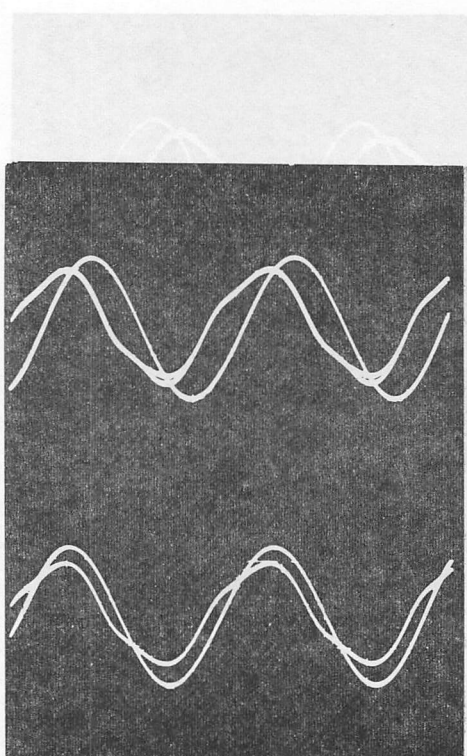
50 HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.2V/cm



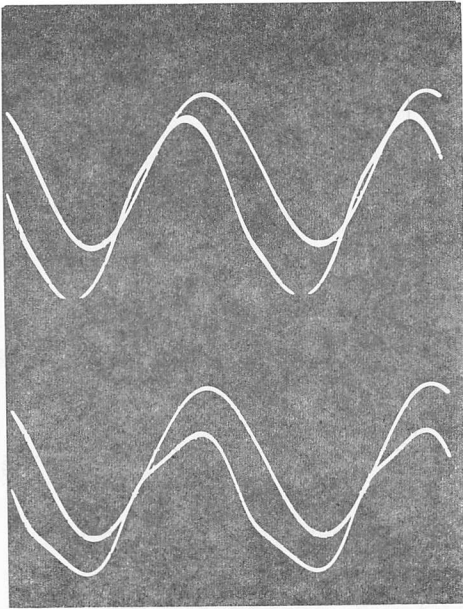
70 HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.05V/cm



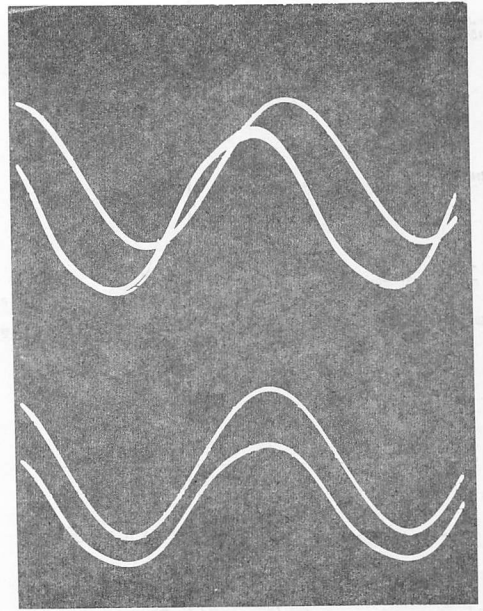
80 HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.1V/cm



90 HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.1V/cm



100HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.1V/cm



150HZ/S
入力 5V/cm
出力 0.1V/cm

$$\dot{Z}_d = \dot{Z}_{o1} - j \frac{\partial \dot{Z}_{o1}}{2} - j \frac{\partial \Omega}{2} \frac{\partial Z_{o1}}{\partial \Omega} \quad (17)$$

今回の場合、非線形要素の取扱いにのみ検討を加えているのでこの点について十分な解析を加えなかったが、今後検討すべき事項であると考えている。なおこの場合の非線形コイルの終端に発生する電圧および戸波器の出力端 2—2' 間に現われる両圧を図 3 の写真で示す。いづれも入力波形とコア入りインダクタンスの両端の波形および入力と出力波形の比較を試みたものである。写真からわかる如く奇数高調波を含み、解析においては第 3 高調波を多量に含むものとして、第 3 高調波のみを特に検討した。解析を離れて実測値からのみ考慮すれば、この高調波は約 200 [HZ/S] 附近で消滅し、それ以降の発生する電圧は基本波のみとなる。

動作インピーダンスについて測定した結果を図 4、5 および 6 に示す。各図は、2—2' 端子間に接続した抵抗 R がそれぞれ 1,000[Ω], 600[Ω], および 300 [Ω] である場合の動作インピーダンスの特性を示す。これらはいずれも(9), および(10)式で解析した結果と比較検討してみると線形については定量的に、非線形については定性的に合致していることがわかる。実測値では線形においては、R = 1,000 [Ω] の場合、300 [HZ/S] 附近に一つの底部がみられ、また非線形については 100 ~ 200

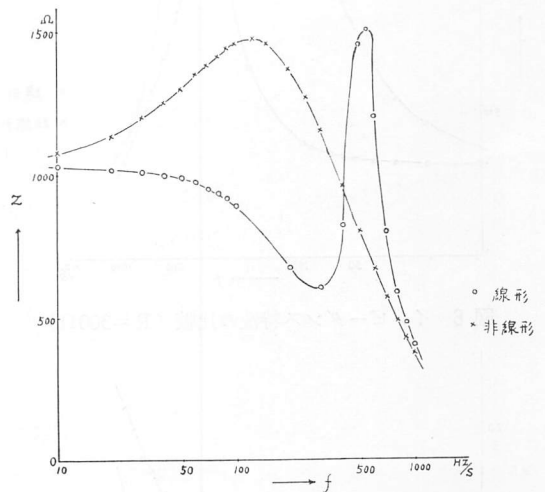


図 4 インピーダンス特性の比較 (R = 1000Ω)

[HZ/S] の間に一つのピークがあり、そのピークは R が低くなるにつれて多少周波数の高い方即ち 200 [HZ/S] の方への移動がみられる。なお、非線形においてピーク値の現われない限界の終端抵抗 R の値は、2—2' 端子間にほぼ 2,000 [Ω] を接続した場合であり線形において底部の生じない限界は、R がほぼ 630

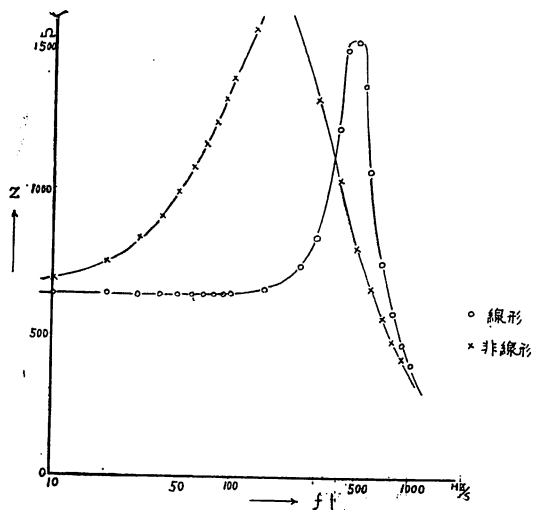
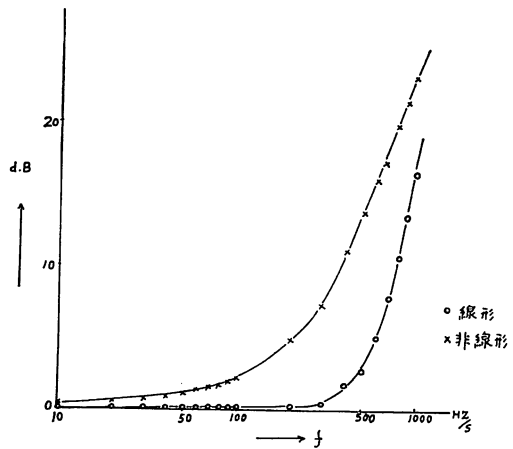
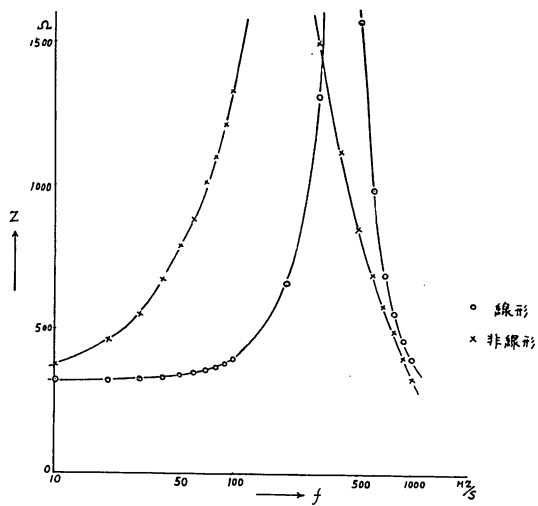
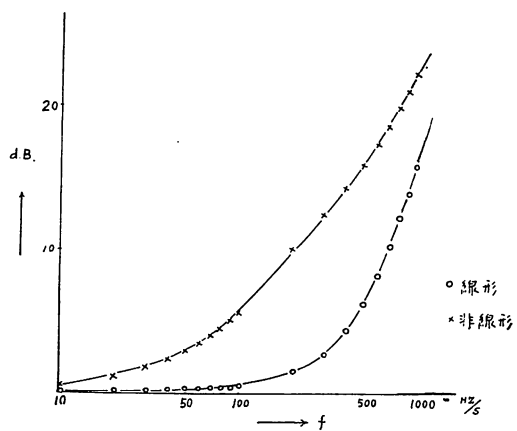
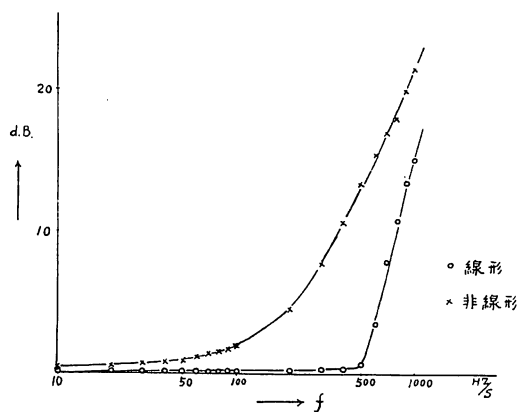
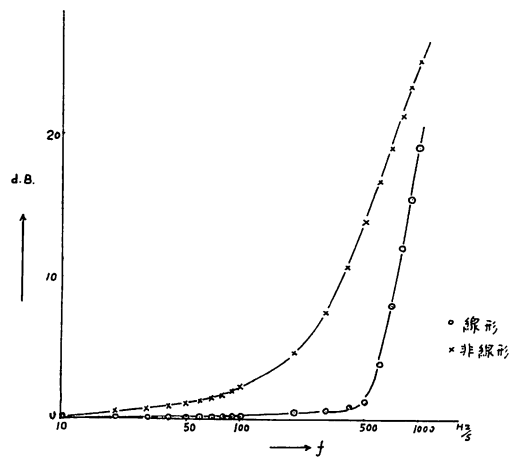
図 5 インピーダンス特性の比較 ($R = 600\Omega$)図 8 動作減衰量の比較 ($R = 1000\Omega$)図 6 インピーダンス特性の比較 ($R = 300\Omega$)図 9 動作減衰量の比較 ($R = 600\Omega$)

図 7 減衰定数の比較

図10 動作減衰量の比較 ($R = 300\Omega$)

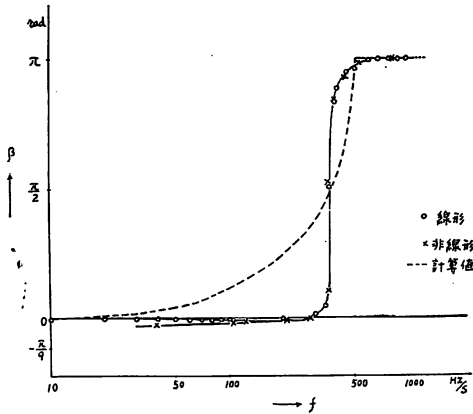
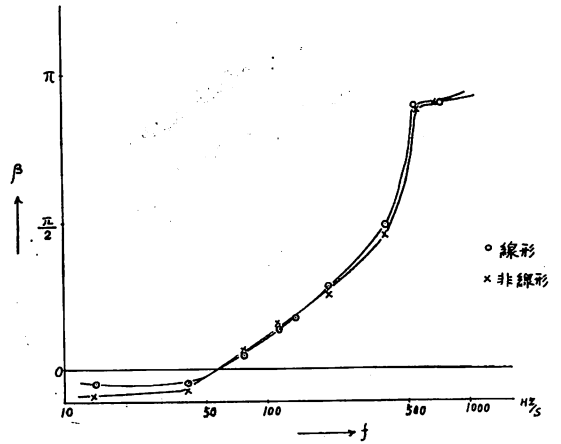
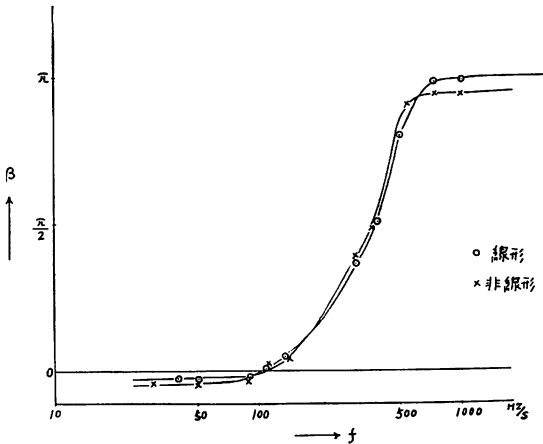
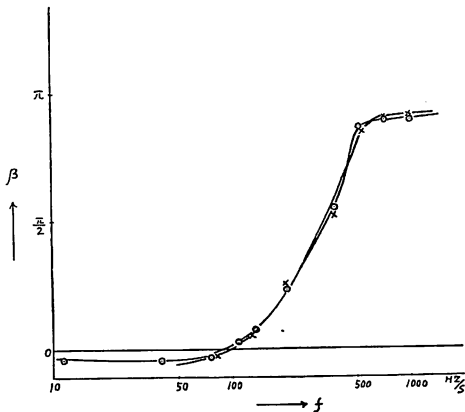


図11 位相定数の計算値と実測値の比較

図14 動作位相量の比較 ($R = 300\Omega$)図12 動作位相量の比較 ($R = 1000\Omega$)図13 動作位相量の比較 ($R = 600\Omega$)

〔 Ω 〕の場合であって、これより小なる抵抗では底部は生じない。

次に減衰定数および位相定数の実測結果について図7～図14に示す。まず減衰定数および動作減衰量について述べると、線形は大体解析した結果にしたがった変化を示しており、非線形は余り鋭な減衰特性を示さず、通過帯域の全域において線形の特性が周波数の低い方即ち左へ移動したかの如き変化を示しており、ここでは実測値は解析した結果と多少定性的に異なった結果を示している。しかるに位相定数および動作位相量について実測した図11～図14は、解析結果とはほぼ一致し、高調波および損失の影響はほとんどないことを示している。

4 ま と め

非線形回路器を主として実験結果をもとにして、線形に対応して映像パラメータの比較検討を行なった。今回はあくまでも線形系に関する映像パラメータ理論が非線形系に拡張し得るかどうか、拡張し得るとして、考慮しなければならない条件は何であるか、またそのためには、何を導入すべきであるかということについて一つの手掛りを得ようとした。その中で映像インピーダンスおよび減衰定数に関しては或特異性がみられた。ただ、非線形素子を含む回路において解析的に解を得ることは必ずしも容易ではないことと、測定器の都合もあって十分な解析は出来なかった。また解析の方法にも多少問題があったと思うし、今回は主として定性的な傾向を検討したにとどまる。なおこれは非線形回路の基礎的な一例についての比較検討であるので、その全体的な取扱いについては今後改めて検討したい。

文 献

- (1) たとえば, 渡部 和: 伝送回路網の理論と設計,
オーム社 (昭和43年)
- (2) 池野: "非線形パラメータ励振の振巾確立過渡現象" 電学誌 82, 833, P.524 (昭和37-4)
- (3) C. A. DESOER AND K. K. WONG: "Small-Signal Behavior of Nonlinear Lumped Networks" proc. of I. E. E. E. vol. 56