

# 有限要素法を用いた運動学的断層モデルの 解析における計算資源依存性に関する検討

僧 理 栄 司・加 藤 史 郎\*

## Research in the Dependence of the Analytical Technique of the Kinematic Faulting Model Using 3D FEM upon the Computing Hardware

Takashi SOHRI and Shiro KATO

(1994年8月22日受理)

The dependence of the analytical technique of the kinematic faulting model using 3D FEM upon the computing hardware, such as the array capacity or the stored disk area, is researched. As the numerical time-integration technique, the direct integration method and the asymptotic expansion are alternatively adopted, in addition, the sub-domain method is newly formulated.

It is concluded that the sub-domain method is very useful for solving the time-dependent huge matrix equations.

### 1. はじめに

構造物の耐震設計において、入力地震動の大きさやその特性を推定することは大変重要なことである。構造物への入力地震動を推定する手法としては、種々のものが考えられるが、断層面での破壊挙動が非線形挙動であることを考慮すれば、非線形解析への拡張までが比較的容易な有限要素法は、有望な手法であると考えられる。

有限要素法を動的な解析に用いて、断層から発生する地震動を計算しようとした研究としては、佐藤他<sup>1)</sup>、Olson et al.<sup>2)</sup>、Benz et al.<sup>3)</sup>、Toki et al.<sup>4,5)</sup>などがある。それらの中で佐藤他とOlson他は、グリーン関数法に基づいており、線形計算に関する限りかなり有効な手法であると考えられる。それに対し、非線形解析への拡張の可能性を含むもの、またはそれを実行しているものとしては、Benz他とToki他の方法がある。

それらの研究の中では、近距離場における二次元的取り扱いによる影響、Strike-Slip型断層モデルの取り扱い方、伝播波長と要素サイズの関係、モデル化における対称要素分割や対称材料特性の制限等が

未解決の問題として残されていた。そこで著者等は、これらの問題点に対する検討を行っている<sup>7)</sup>。しかしながら、その中では基本的な未解決の問題に対する検討を行っているのみであるために、ごく限られた数値計算結果しか示されていない。有限要素法で三次元解析を行う場合には、膨大な計算負荷が予想されるので、今後より一般的な解析を行うためには、その負荷量の大きさとそれに対応した計算法を予め検討しておく必要があると考えられる。

そこで本論文では、より一般的な解析を実行する上でのプログラム上の制限量や限界値について検討するとともに、大次元連立方程式を解くための工夫を展開している。そして、いくつかの解析手法を提示し、それらの手法を選択するうえでの基準として、メモリや外部記憶装置の容量を取り上げ、それらに対する依存性を検討している。

### 2. 三次元有限要素法を用いた運動学的断層モデルの基礎方程式

断層面を含む地盤領域を図1のようにモデル化する。地盤領域は、断層面をはさんで大きく二つに分けられるものとし、左右のそれぞれの領域を下付きの添字1, 2を用いて表す。また、断層面上をY領

\* 豊橋技術科学大学

域, それ以外を X 領域と表すものとする, それぞれの領域における節点の変位は,  $\{X_1\}$ ,  $\{X_2\}$ ,  $\{Y_1\}$ ,  $\{Y_2\}$  と表わされる。本解析では, 断層面上の変位  $\{Y_1\}$ ,  $\{Y_2\}$  を, さらに次のように分割して表す。

$$\begin{aligned} \{Y_1\} &= \{Y\} + \{\Delta Y_1\} \\ \{Y_2\} &= \{Y\} + \{\Delta Y_2\} \end{aligned} \quad (1)$$

ここに,  $\{Y\}$  は,  $\{Y_1\}$  と  $\{Y_2\}$  の二つの変位に対する平均的な変位であり,  $\{\Delta Y_1\}$  と  $\{\Delta Y_2\}$  は, それぞれ, 平均変位  $\{Y\}$  と  $\{Y_1\}$ ,  $\{Y_2\}$  との差を表わしている。運動学的断層モデルを取り扱う本解析では,  $\{\Delta Y_1\}$ ,  $\{\Delta Y_2\}$  を, 強制的な量として値が与えられる断層面上の運動量として取り扱うものとし,  $\{Y\}$  については未知量として取り扱うものとする。

本解析では,  $\{Y\}$  を未知数として取り扱うことにより, このような解析における要素分割の対称性や材料特性の対称性の仮定という不自由な制限から解放されるように定式化がなされている。

図 1 のモデルに対して, 基礎方程式は, 仮想仕事の原理から次のように導くことができる。

$$\begin{aligned} & \{\delta X_1 \ \delta Y_1 \ \delta X_2 \ \delta Y_2\} \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & M_{34} \\ M_{41} & M_{42} & M_{43} & M_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{Y}_1 \\ \ddot{X}_2 \\ \ddot{Y}_2 \end{Bmatrix} \\ & + \{\delta X_1 \ \delta Y_1 \ \delta X_2 \ \delta Y_2\} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{Y}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{Y}_2 \end{Bmatrix} \\ & + \{\delta X_1 \ \delta Y_1 \ \delta X_2 \ \delta Y_2\} \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} \\ & = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここに,  $\{\delta X_1\}$ ,  $\{\delta X_2\}$ ,  $\{\delta Y_1\}$ ,  $\{\delta Y_2\}$  は, それぞれの領域における節点での仮想変位であり,  $\{\ddot{X}_1\}$ ,  $\{\ddot{X}_2\}$ ,  $\{\ddot{Y}_1\}$ ,  $\{\ddot{Y}_2\}$  は, 応答加速度を,  $\{\dot{X}_1\}$ ,  $\{\dot{X}_2\}$ ,  $\{\dot{Y}_1\}$ ,  $\{\dot{Y}_2\}$  は, 応答速度を表わしている。また,  $M_{ij}$ ,  $C_{ij}$ ,  $K_{ij}$  ( $i=1, 2, 3, 4, j=1, 2, 3, 4$ ) は, それぞれ質量, 減衰, 剛性の各マトリックスの成分を表わしている。

(2)式に(1)式を代入し, 強制される量に対応する仮想変位,  $\{\delta \Delta Y_1\}$ ,  $\{\delta \Delta Y_2\}$  をゼロとして扱うことにより, 任意の仮想変位に対して成立する次式の支配方程式を求めることができる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M_{11} & M_{13} & (M_{12}+M_{14}) \\ M_{31} & M_{33} & (M_{32}+M_{34}) \\ (M_{21}+M_{41}) & (M_{23}+M_{43}) & (M_{22}+M_{42}+M_{24}+M_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \\ \ddot{Y} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & (C_{12}+C_{14}) \\ C_{31} & C_{33} & (C_{32}+C_{34}) \\ (C_{21}+C_{41}) & (C_{23}+C_{43}) & (C_{22}+C_{42}+C_{24}+C_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{Y} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{13} & (K_{12}+K_{14}) \\ K_{31} & K_{33} & (K_{32}+K_{34}) \\ (K_{21}+K_{41}) & (K_{23}+K_{43}) & (K_{22}+K_{42}+K_{24}+K_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Y \end{Bmatrix} \\ & = - \begin{bmatrix} M_{12} & M_{14} \\ M_{32} & M_{34} \\ (M_{22}+M_{42}) & (M_{24}+M_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{Y}_1 \\ \Delta \ddot{Y}_2 \end{Bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} C_{12} & C_{14} \\ C_{32} & C_{34} \\ (C_{22}+C_{42}) & (C_{24}+C_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{Y}_1 \\ \Delta \dot{Y}_2 \end{Bmatrix} \\ & - \begin{bmatrix} K_{12} & K_{14} \\ K_{32} & K_{34} \\ (K_{22}+K_{42}) & (K_{24}+K_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta Y_1 \\ \Delta Y_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

以下での議論を簡単にするために, (3)式を次のように表す。

$$[M]\{\ddot{Z}\} + [C]\{\dot{Z}\} + [K]\{Z\} = -\{G\} \quad (4)$$

ここに,

$$\{Z\}^T = \{X_1 \ X_2 \ Y\}^T \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \{G\} &= \begin{bmatrix} M_{12} & M_{14} \\ M_{32} & M_{34} \\ (M_{22}+M_{42}) & (M_{24}+M_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{Y}_1 \\ \Delta \ddot{Y}_2 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} C_{12} & C_{14} \\ C_{32} & C_{34} \\ (C_{22}+C_{42}) & (C_{24}+C_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{Y}_1 \\ \Delta \dot{Y}_2 \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{12} & K_{14} \\ K_{32} & K_{34} \\ (K_{22}+K_{42}) & (K_{24}+K_{44}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta Y_1 \\ \Delta Y_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

であり,  $\{ \ }^T$  は, 転置を表す。以下では, この(4)式

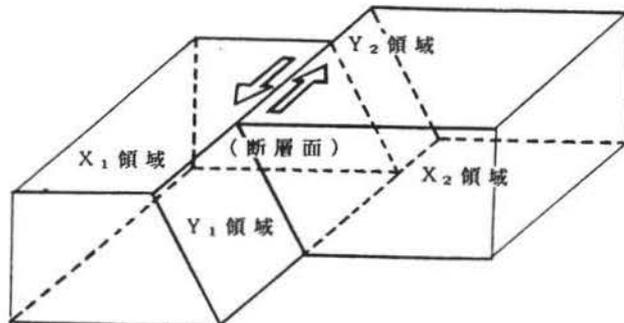


図 1 解析地盤モデル

を支配方程式として議論を進める。

### 3. 基礎方程式の解析手法

#### 3.1 直接積分法による解法

(4)式の支配方程式を時間軸方向に数値積分することにより応答値が求められる。(4)式を時間軸方向に、 $\Delta t$  時間刻みで等間隔に離散化すると、 $i$  ステップにおける支配方程式は、次式ようになる。

$$[M]\{\dot{Z}_i\} + [C]\{\dot{Z}_i\} + [K]\{Z_i\} = -\{G_i\} \quad (7)$$

数値積分法として、Newmark- $\beta$  法を採用すると、 $(i+1)$  ステップでの速度・変位応答値は次式となる。

$$\begin{aligned} \{\dot{Z}_{i+1}\} &= \{\dot{Z}_i\} + \Delta t\{\ddot{Z}_i\}/2 + \Delta t\{\ddot{Z}_{i+1}\}/2 \\ \{Z_{i+1}\} &= \{Z_i\} + \Delta t\{\dot{Z}_i\} + \gamma\{\ddot{Z}_i\} + \beta\Delta t^2\{\ddot{Z}_{i+1}\} \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 $\gamma = (1/2 - \beta)\Delta t^2$  である。

(8)式を(7)式に代入すると、 $(i+1)$  ステップにおける加速度応答値が次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \{\ddot{Z}_{i+1}\} &= (-[K]\{Z_i\} - \langle [C] + \Delta t[K] \rangle \{\dot{Z}_i\} \\ &\quad - \langle \Delta t[C] / 2 + \gamma[K] \rangle \{\ddot{Z}_i\} - \{G_{i+1}\}) \\ &\quad / (\langle [M] + \Delta t[C] / 2 + \beta\Delta t^2[K] \rangle) \end{aligned} \quad (9)$$

#### 3.2 漸化式表現による解法

(8)式において、 $\{\dot{Z}_{i+1}\}$ 、 $\{Z_i\}$  を消去するように(7)式を代入して、漸化式表現になるように整理すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \langle [M] + \Delta t[C] / 2 \rangle & \Delta t[K] / 2 \\ \beta\Delta t^2[C] & \langle [M] + \beta\Delta t^2[K] \rangle \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z}_{i+1} \\ Z_{i+1} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \langle [M] - \Delta t[C] / 2 \rangle & -\Delta t[K] / 2 \\ \langle \Delta t[M] - \gamma[C] \rangle & \langle [M] - \gamma[K] \rangle \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z}_i \\ Z_i \end{Bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} -\Delta t/2 & -\Delta t/2 \\ -\gamma & -\beta\Delta t^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} G_i \\ G_{i+1} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

#### 3.3 サブドメイン方式(セル方式)による解法

(9)式をさらに次式のように表すものとする。

$$[A]\{\dot{Z}_{i+1}\} = -[K]\{U_i\} - [C]\{V_i\} - \{G_{i+1}\} \quad (11)$$

ここに、

$$\begin{aligned} [A] &= [M] + \Delta t[C] / 2 + \beta\Delta t^2[K] \\ \{U_i\} &= \{Z_i\} + \Delta t\{\dot{Z}_i\} / 2 + \gamma\{\ddot{Z}_i\} \\ \{V_i\} &= \{\dot{Z}_i\} + \Delta t\{\ddot{Z}_i\} / 2 \end{aligned} \quad (12)$$

である。この(11)式の係数マトリックス  $[A]$ 、 $[K]$ 、 $[C]$  は、その成分がバンド形式として表されるので、図2に示すように、マトリックスの成分の集団(セル)に分割することができ、これにより計算のための連立方程式の次元を下げるができる。セルは、いくつかの未知数をまとめて一つの集団として扱い、その未知数の集団に対応するように係数マトリックス全体を適当な数に分割したものである。本解析では、一行のバンド幅が三つのセルに属するように分割するものとしている。係数マトリックスを複数のセルに分割するという事は、物理的には解析モデル全体を、セルに含まれる未知数に対応する節点の集まりを一つの集団とする領域に、分けて解析するという事に対応するのであり、このことよりこの方式をサブドメイン方式と呼ぶことにする。

分割された  $k$  番目の領域に属する  $i$  ステップにおける変位ベクトルを  $\{Z_i^{(k)}\}$  と表すものとし、全体を  $n$  個の領域 ( $n = 3$  以上) に分けるものとする、(11)式は次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & A_{32} & A_{33} & A_{34} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44} & A_{45} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & A_{k-1, k-2} & A_{k-1, k-1} & A_{k-1, k} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & A_{k, k-2} & A_{k, k} & A_{k, k+1} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & A_{k+1, k} & A_{k+1, k+1} & A_{k-1, k} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & A_{n-2, n-3} & A_{n-2, n-2} & A_{n-2, n-1} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & A_{n-1, n-2} & A_{n-1, n-1} & A_{n-1, n} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & 0 & A_{n, n-1} & A_{n, n} & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{Z}_1^{(1)} \\ \dot{Z}_1^{(2)} \\ \dot{Z}_1^{(3)} \\ \dot{Z}_1^{(4)} \\ \vdots \\ \dot{Z}_1^{(k-1)} \\ Z_1^{(k)} \\ \dot{Z}_1^{(k+1)} \\ \vdots \\ \dot{Z}_1^{(n-2)} \\ \dot{Z}_1^{(n-1)} \\ \dot{Z}_1^{(n)} \end{Bmatrix}$$

図2 係数マトリックスのセルへの分割





は図1のような直方体モデルを考えることとし、要素としては、20節点アイソパラメトリック中実矩形要素を用いることにする。一節点あたりには三つの未知数を与え、拘束条件は考慮しないとする。

直方体の解析モデルをx, y, z方向に等しい要素数で分割した場合の全未知数を表1に示す。それをグラフにしたものが図3であり、横軸には解析モデルの一辺における分割要素数がとられている。それに対し、それぞれの座標軸方向の分割要素数を色々と変えた場合の全未知数の分布を、図4と図5に示す。図4では、横軸にそのモデルに含まれる全要素数がとられている。図5は、x, y軸方向の分割要素数を同じとし、z軸方向の分割要素数を増やしていった場合の全未知数の分布を示しており、横軸には、同じとした方向での分割要素数がとられている。なお、ここでは解析モデルの一辺における分割要素数として、最大30要素までを考慮している。

図3より、要素数の増加に伴って全未知数が飛躍的に伸びていっていることがわかる。また表1には、その未知数に対応する剛性マトリックスをプログラム上で確保した場合に必要な配列要素数とその配列のために必要なメモリ上の領域の大きさ(メガバイト単位)が示されている。そこでは、スカイライン法がマトリックスを配列に取り込むための方法として用いられており、プログラム変数は、倍精度実数型として一変数当たり8バイトとして計算されている。また、参考のために最大半バンド幅もそこに示されている。その表より、要素数が30×30×30の場合、約26ギガバイトという膨大な量が必要なことがわかる。この一方向当たり30要素という量は、有限要素法の分解能として一波長当たり5要素を考えた場合、20節点要素を用いるので実際はその半分で良いとしても、12波長分にしかならない。実際の計算では、さらに工夫をするのでこれより広い範囲でも解析はできるが、いずれにしても膨大な計算量となる。

図4より、用いた全要素数と全未知数とはほぼ比例的な関係にあることがわかり、このことより、図3における一辺当たりの分割要素数と全未知数とは、三次関数的な関係にあることがわかる。図5では、二方向の分割要素数を固定してz方向の分割要素数のみを増加させているので、z方向に一要素のみの場合は二次元解析とみなせる。従って、図5の横軸の特定の値に対応する縦軸の値の最小値は二次元解析の場合であり、その他が三次元解析であるとみなせるのである。これより、二次元の場合に比

表1 要素数・全未知数・行列成分数・配列サイズの関係

X	Y	Z	node	memb	unknw	mat-n	bndw	(NB)
1	1	1	20	1	60	1830	60	0.01
2	2	2	81	8	243	18846	123	0.14
3	3	3	208	27	624	90672	210	0.7
4	4	4	425	64	1275	298290	321	2.3
5	5	5	756	125	2268	779166	456	5.9
6	6	6	1225	216	3675	1742370	615	13
7	7	7	1856	343	5568	3483696	798	27
8	8	8	2673	512	8019	6400782	1005	49
9	9	9	3700	729	11100	11008230	1236	84
10	10	10	4961	1000	14883	17952726	1491	137
11	11	11	6480	1331	19440	28028160	1770	214
12	12	12	8281	1728	24843	42190746	2073	322
13	13	13	10388	2197	31164	61574142	2400	470
14	14	14	12825	2744	38475	87504570	2751	668
15	15	15	15616	3375	46848	121515936	3126	927
16	16	16	18785	4096	56355	165364950	3525	1262
17	17	17	22356	4913	67068	221046246	3948	1686
18	18	18	26353	5832	79059	290807502	4395	2219
19	19	19	30800	6859	92400	377164560	4866	2878
20	20	20	35721	8000	107163	482916546	5361	3684
21	21	21	41140	9261	123420	611160990	5880	4663
22	22	22	47081	10648	141243	765308946	6423	5839
23	23	23	53568	12167	160704	949100112	6990	7241
24	24	24	60625	13824	181875	1166617950	7581	8901
25	25	25	68276	15625	204828	1422304806	8196	10851
26	26	26	76545	17576	229635	1720977030	8835	13130
27	27	27	85456	19683	256368	2067840096	9498	15776
28	28	28	95033	21952	285099	*2468503722	10185	18833
29	29	29	105300	24389	315900	*2928996990	10896	22346
30	30	30	116281	27000	348843	*3455783466	11631	26365

(凡例)  
 X, Y, Z: x, y, z方向の要素数, mat-n:マトリクス成分数(スカイライン法)  
 node: 全節点数, bndw: 最大半バンド幅  
 memb: 全要素数, (NB): マトリクスの配列サイズ  
 unknow: 全未知数の数 (倍精度型配列: 対<sup>2</sup>バイト単位)  
 \*: 4バイト型整数配列でオーバーフローとなる整数(2<sup>31</sup>-1を越える)

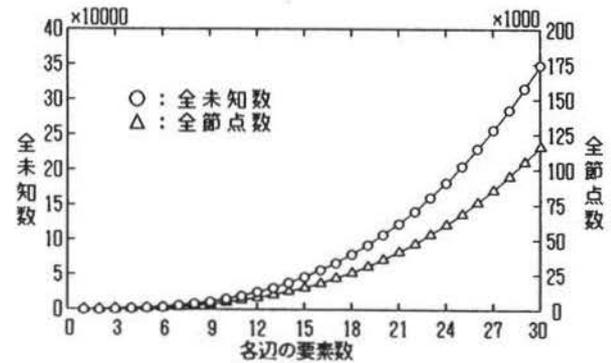


図3 各辺の要素数と全未知数・全節点数との関係 (x, y, z方向とも同じ要素数)

べて三次元的取扱いではいかに多くの計算負荷を求められるかが理解できる。

最後に、表1において一辺当たりの分割要素数が28要素以上では、それに対応する必要となる係数マトリクスの成分数が、(2<sup>31</sup>-1)の数を越えてしまうので、4バイト型の整数配列ではオーバーフローを起こして表現できなくなることがわかる。つまり、整数型変数の精度にも配慮が必要となるのである。このようなことは、三次元解析を行うが故の事象で

あろうが注目すべき点である。

### 5. 解析手法選択基準に関する検討

では、以上の検討を背景に解析手法と解析資源の依存性について検討してみる。解析資源は、計算機メモリと外部記憶装置の容量及び計算時間を対象として考えることとする。

まず、3.1で示された直接積分法を用いる場合、基本的には、式(9)に示されているような係数マトリックスが全てメモリ上に保持されていることが望ましい。この場合有利なことは、(9)式のままで計算を行うとすると、分母側のものも含めて係数マトリックスがバンドマトリックスとしての特性を保持できるということである。従って、変数配列の確保に非常に有利なスカイライン形式が利用できるのである。さらに時系列方向の計算においても、その係数マトリックスの逆マトリックスの計算は最初のただ一回で済むのである。しかしながら、表1に示されているように、用いる要素数や未知数量が多くなるにつ

れて膨大なメモリ量が要求されることになる。この場合外部記憶装置は、時系列単位の計算結果の保持には有効に利用できるが、特定の時間ステップにおける解ベクトルの計算作業では、メモリと同等の容量の配列を一時的に保存するという機能の他には有効には機能しない。

次に、3.2で示された漸化式表現について検討する。この場合、解析モデル全体の未知数が $N$ 個であるとすると、(10)式に示されるように、その係数マトリックスは $(2N \times 2N)$ の大きさとなる。さらに悪いことにこの係数マトリックスは、バンドマトリックス性はもちろん対称性さえも失うことになるのである。しかしながらこの方法の利点は、係数マトリックスの固有値計算をなんらかの方法で行うことができたならば、任意の時間ステップにおける応答値をその初期値のみから計算できるように、式を変形できるという点にある。そうは言っても、 $(2N \times 2N)$ の非対称フルマトリックスの固有値と固有モードを、高次モードまで含めて求めて、さらにそれら全てを保持しておくことは、メモリに対しても外部記憶装置に対しても多大な負担を強いることになるので、全未知数量が少ない場合にのみ有効な方法であると考えられる。

最後に、3.3で示されたサブドメイン方式を用いる場合について検討する。この場合、メモリ上に保持されなければならない係数マトリックスの大きさは、分割されたセルの中の最大のもの大きさがあれば十分である。その他の係数マトリックスは、外部記憶装置に保持されていれば良く、必要に応じてメモリ上に呼び出されれば良いことになる。外部記憶装置とのデータのやり取りを繰り返し行うことになるので、実際の計算の実行時間は余分にかかることになるが、計算機上のメモリが節約できる利点を有している。しかしながらその反面、外部記憶装置には、もともとの $(N \times N)$ の大きさの係数マトリックスのスカイライン型か、または(18)式から(23)式に示されている式に表れる逆マトリックスを含めたそれぞれのセルの行列積の計算結果のいずれかを、保存しておかなければならない。もともとの係数マトリックスの形で保持する場合には、計算の都度呼び出して、逆マトリックスや行列の積の計算を行わなければならない。また、セルの逆マトリックスやその積を予め計算して、 $\{U^{(n)}\}$ ,  $\{V^{(n)}\}$ の係数の形で保存しておくならば、実際の計算時間は縮小されるが、 $(N \times N)$ マトリックスのフルマトリックスと同様の容量の保存が必要となるのである。

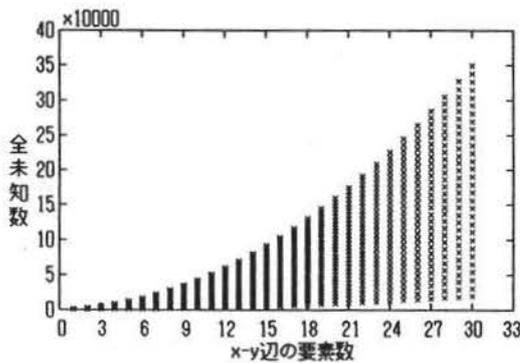


図5 各辺の要素数と全未知数との関係 (x, y方向の要素数が同じ)

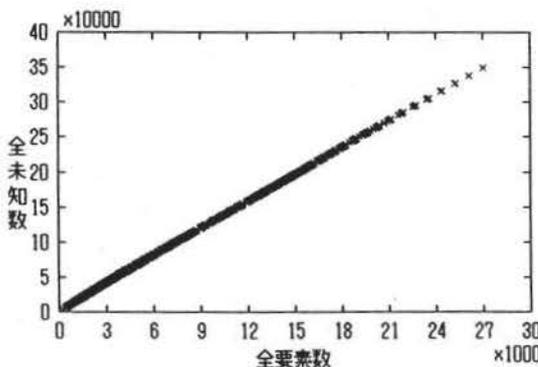


図4 全要素数と全未知数との関係(x, y, z方向の要素数を別々に30まで連続的に変化)

以上の検討により、計算機メモリに余裕がある場合には、直接積分法を採用すべきであるが、メモリに比較して外部記憶装置に十分な余裕がある場合には、サブドメイン方式を採用すべきであることがわかった。また漸化式表現では、いずれのケースに対しても効率が悪く、未知数の少ない小規模な計算に適することがわかった。

## 6. まとめ

本報告では、運動学的断層モデルを有限要素法を用いて計算する場合の解析法の選択の仕方、ならびに大次元連立方程式を解くための工夫についての検討を行った。検討した大次元を考慮した時間軸方向の数値積分法としては、直接積分法、漸化式表現に加えて、サブドメイン方式を新しく定式化している。

その結果、計算機メモリに余裕がある場合には、直接積分法を採用すべきであるが、メモリに比較して外部記憶装置に十分な余裕がある場合には、サブドメイン方式を採用すべきであることがわかった。また漸化式表現では、いずれのケースに対しても効率が悪く、未知数の少ない小規模な計算に適することがわかった。

また、表1に示されているように、三次元解析を行うにあたり必要となるメモリや外部記憶装置の容量は、ギガバイト単位で測られるような膨大な量が必要となることや、必要となる係数マトリックスの成分数が、4バイト型の整数配列ではオーバーフローを起こして表現できなくなることもあり、整数型変数の精度にも十分に配慮が必要であることなどがわかった。

さらに、図5に示されているように、三次元解析と二次元解析の計算負荷の違いは歴然としており、上記の点も含めて、その解析法を慎重に検討すべきであることがわかった。今回ここでは、未知数の違

いによる解析法の違いの影響を定量的には示していないので、今後機会を見て報告してゆきたい。

## 参考文献

- 1) 佐藤俊明, 長谷川正幸, “三次元薄層要素と軸対称有限要素のハイブリッド法を用いた理論地震動の計算方法”, 日建構論報, 第414号, 1990年8月, pp. 55-69.
- 2) A.H. Olson et al., “The Discrete Wavenumber/Finite Element Method for Synthetic Seismograms”, Geophys. J. Ray. Astr. Soc., Vol. 77, 1984, pp. 421-460.
- 3) H.M. Benz et al., “Kinematic Source Modeling of Normal-Faulting Earthquakes Using the Finite Element Method”, Geophys. J. Ray. Astr. Soc., Vol. 90, 1987, pp. 305-325.
- 4) K. Toki et al., “Simulation of a Fault Rupture Mechanism by Two-Dimensional Finite Element Method”, J. Phys. Earth., Vol. 33, 1985, pp. 485-511.
- 5) K. Toki et al., “Simulation of a Fault Rupture Process and Near Field Ground Motion by the Three-Dimensional Finite Element Method”, 第7回日本地震工学シンポジウム, 1986, pp. 169-174.
- 6) J. Lysmer et al., “Finite Dynamic Model for Infinite Media”, J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 95, No. EM4, Aug. 1969, pp. 859-877.
- 7) T. Sugiyama, T. Sohri and S. Kato, “3D Finite Element Method on Propagating Earthquake Waves Generated from a Kinematic Strike-Slip Dislocation Model”, Computers & Geotechnics. (投稿中)