

# 指数せん断流中における厚翼の特性

伊藤 惇・鎌田 幸実\*

## Characteristics of Thick Aerofoil in Exponential Shear Flow

Jun ITO・Yukimi KAMADA

(1993年10月29日受理)

The rotors and stators of turbomachinery operate in various types of shear flow such as wall boundary layers, jets and wakes. This paper aims firstly to propose a singularity method for the aerofoil with large thickness in exponential shear flow, by combining two existing methods proposed by the senior author, and secondly to clarify the effects of shear parameter on the characteristics of CLARK-Y section in exponential shear flow, especially the pressure coefficient distributions.

### 1. はじめに

水力機械や船用プロペラの羽根の特性評価や合理的設計のためには、二次元翼の特性解析法を確立することが基礎的に重要である。また翼が実際におかれている流れは、程度に差はあっても多くはせん断流になっている。すなわち流体機械内部における側壁境界層やプロペラがおかれている船体の伴流などである。以上のことからせん断流中の二次元翼に関する研究は多くなされているが、そのほとんどは薄翼を対象としたもの<sup>(1)</sup>であり、厚翼については三次元へ拡張できない等角写像を用いた Tsien によるもの<sup>(2)</sup>が知見されるだけである。本論文では部分空洞の解析<sup>(3)</sup>に応用した厚翼の解法<sup>(4)</sup>を指数せん断流中の厚翼に拡張し、シアパラメータが厚翼の特性にどのように影響するかを明らかにする。

### 2. 基礎式

#### 2・1 誘導速度と境界条件

図1に示すような速度  $W_\infty(y) = U_0 \exp(ky)$  なるせん断流中の任意翼形において、翼形形状を  $\gamma(s)$  なる渦分布で表すと、任意点  $x, y$  における誘導速度の  $x, y$  成分  $W_x, W_y$  は各々次のようになる。

$$W_x(x, y) = \int_K I_E [x, y; x(s), y_f(s)] \gamma(s) ds \quad (1)$$

$$W_y(x, y) = - \int_K R_E [x, y; x(s), y_f(s)] \gamma(s) ds \quad (2)$$

ここに  $s$  は翼形表面上に沿う座標、 $K$  は翼形表面上に沿う閉じた積分路、 $y_f$  は翼形の  $y$  座標である。また、 $I_E, R_E$  は次式で与えられる。

$$I_E = \frac{1}{2\pi r} k [y - y_f(s)] K_1(kr) \quad (3)$$

$$R_E = \frac{1}{2\pi r} k [x - x(s)] K_1(kr) \quad (4)$$

ここで  $K_1$  は一次の第2種変形ベッセル関数であり、また  $r$  は次の式で与えられる。

$$r = \sqrt{|x - x(s)|^2 + |y - y_f(s)|^2} \quad (5)$$

さて、翼面上任意点における接線速度  $W_K$  は、

$$W_K(s) = W_{\infty s} + W_s(s) + \frac{1}{2} \gamma(s) \quad (6)$$

となる。ここで  $W_{\infty s}, W_s$  は主流の速度および誘導速度の翼形表面における接線方向成分を表し、迎え角を  $\alpha_\infty$  とするとそれぞれ次のようになる。

$$W_{\infty s} = \frac{1}{\sqrt{1 + (dy_f/dx)^2}} \times W_\infty (\cos \alpha_\infty + \frac{dy_f}{dx} \sin \alpha_\infty) \quad (7)$$

\* 新潟鉄工所

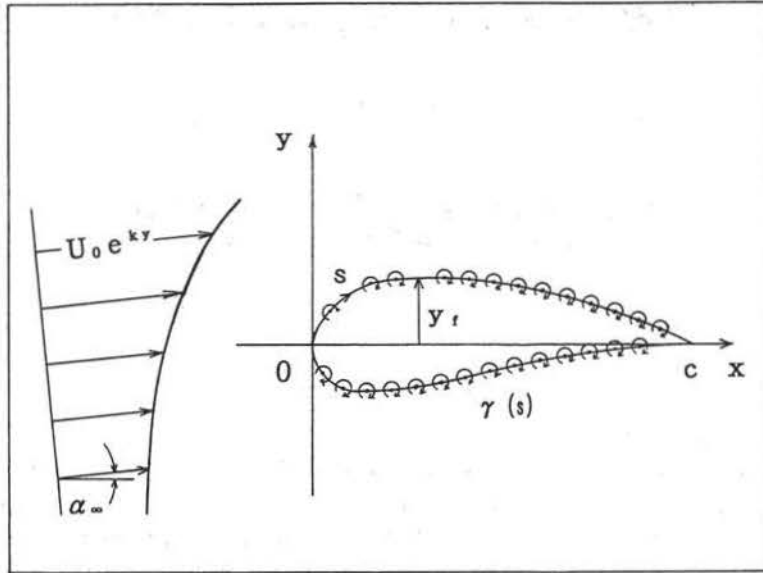


図1 せん断流中の厚翼

$$W_s(s) = \frac{1}{\sqrt{1 + (dy_f/dx)^2}} \{ W_x(s) + \frac{dy_f}{dx} W_y(s) \} \quad (8)$$

境界条件は、翼面上では接線流れの条件、すなわち翼面上の任意点における接線速度がその点における渦の強さに等しいという条件より与えられる。すなわち、

$$W_K(s) = \gamma(s) \quad (9)$$

### 2・2 積分方程式と付帯条件

$\tau$  をパラメータとして翼形表面を

$$x = x(\tau), \quad y_f = y_f(\tau) \quad (10)$$

とすると次の関係が成立する。

$$ds = \{ \dot{x}^2(\tau) + \dot{y}_f^2(\tau) \}^{\frac{1}{2}} d\tau \quad (11)$$

ここに、

$$\dot{x}(\tau) = \frac{dx}{d\tau}, \quad \dot{y}_f(\tau) = \frac{dy_f}{d\tau} \quad (12)$$

である。式(11)、(12)の関係を用い、式(6)を境界条件(9)に代入すると次の式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{x}(\tau) \cos \alpha_\infty + \dot{y}_f(\tau) \sin \alpha_\infty \\ = \frac{1}{2} \sqrt{\dot{x}^2(\tau) + \dot{y}_f^2(\tau)} \frac{\gamma(\tau)}{U_0} \end{aligned}$$

$$+ \dot{y}_f(\tau) \int_K R_E(\tau, \tau')$$

$$- \dot{x}(\tau) \int_K I_E(\tau, \tau') |\gamma(\tau')| U_0 \sqrt{\dot{x}^2(\tau') + \dot{y}_f^2(\tau')}$$

$$\times d\tau' \quad (13)$$

式(13)は、速度分布が翼弦と直角上下方向に指数関数分布をしているせん断流中の厚翼における流れ場の基礎式であり、積分方程式となっている。未知数は、 $\gamma(\tau)$ である。付帯条件としては、翼後縁におけるクッタの条件がある。

### 3. 標点位置

積分方程式(13)は、境界条件を満足させる標点を与えることにより翼形表面上の渦の強さ  $\gamma_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 32$ ) を未知数とする代数方程式に帰着されるが、 $\gamma_i$  は翼面上小区間で一定値をとるので、これらの未知数は積分の外に出し、各々ガウスの方法により数値積分した。本解法では標点の位置と数は以下に示すとおりである。

#### 3・1 翼形上面

$$\epsilon_i = \frac{\pi}{2N} (2i - 1), \quad i = 1, 2, 3, \dots, N, \quad N = 16,$$

$$x = \frac{c}{2} (1 - \cos \epsilon) \quad (14)$$

#### 3・2 翼形下面

$$\theta_m = \pi + \frac{\pi}{2I} (2m - 1), \quad m = 1, 2, 3, \dots, I, \quad I = 16,$$

$$x = \frac{c}{2} (1 - \cos \theta) \quad (15)$$

以上の標点から得られる代数方程式のほか、翼形

指数せん断流中における厚翼の特性

後縁におけるクッタの条件

$$\gamma(\epsilon_N) = \gamma(\theta_1) \quad (16)$$

を加えて連立にして解けばよい。

4. 翼形特性

翼形表面上の圧力分布  $C_p$  は、

$$C_p(s) = \frac{2 |P(s) - P_\infty|}{\rho U_0^2} = 1 - \left| \frac{\gamma(s)}{U_0} \right|^2 \quad (17)$$

翼形に作用する流体力係数の  $x, y$  成分  $C_X, C_Y$  は式(17)より、

$$C_X = \frac{1}{c} \int C_p(s) dy, \quad C_Y = \frac{1}{c} \int C_p(s) dx \quad (18)$$

で与えられるから、揚力係数  $C_L$  は次式のようになる。

$$C_L = C_Y \cos \alpha_\infty - C_X \sin \alpha_\infty \quad (19)$$

5. 数値計算例

数値計算は迎え角  $3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$  について CLARK-Y-14% 翼形に対して行われた。

図2は揚力係数とシアパラメータの関係を示す。シアパラメータ、迎え角のいずれについても大きくなるにつれて揚力係数は大きくなる傾向を示す。

図3は迎え角  $3^\circ$  における圧力係数分布を示す。翼

の上面と下面を比較すると、下面側ではシアパラメータの影響はさほどないが、上面側では、シアパラメータが大きくなるにつれて、前縁側での圧力の下がり方が急激になる。翼の前縁側と後縁側を比較すると、前縁側はシアパラメータの影響を大きく受けるが、後縁側に対するシアパラメータの影響は小さい。

図4は迎え角  $4^\circ$  における圧力係数分布を示す。図3と比較すると、シアパラメータの大小にかかわらず、全体的に翼上面側の圧力は図3の場合よりも低下し、翼前縁近傍では顕著である。

図5は迎え角  $5^\circ$  における圧力係数分布を示す。図3, 4と比較すると、翼上面側の圧力は前縁近傍でさらに低下する。

6. おわりに

そりと厚みの大きい翼形の指数せん断流中における解析法を提示し、翼形特性を明らかにした。以下のように要約される。

- (1) 翼形表面上に渦を分布させることによりじょう乱速度を求め、翼面における接線流れの条件から積分方程式が誘導され、かつこれが流れ場の基礎式となることが示された。
- (2) 積分方程式は翼面上小区間で一様分布する渦の強

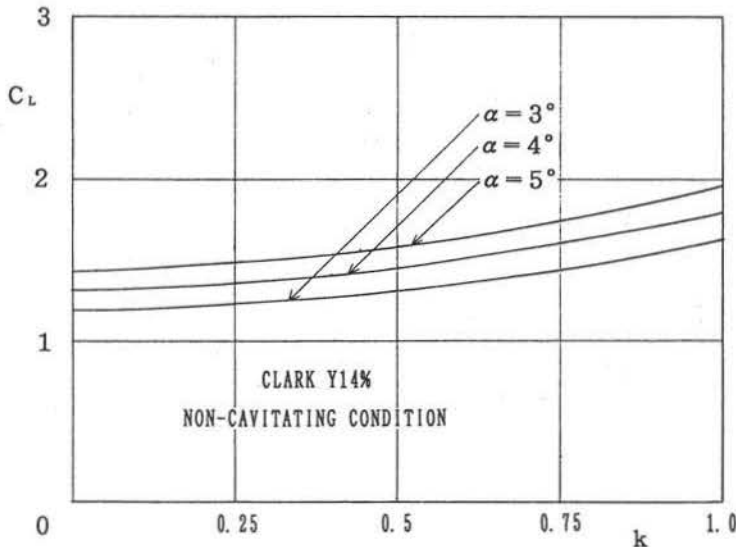


図2 揚力係数

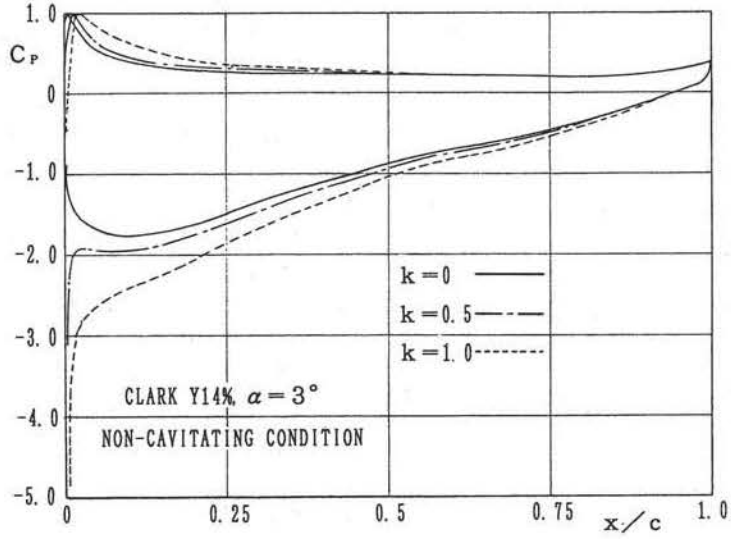


図3 圧力係数分布 ( $\alpha = 3^\circ$ )

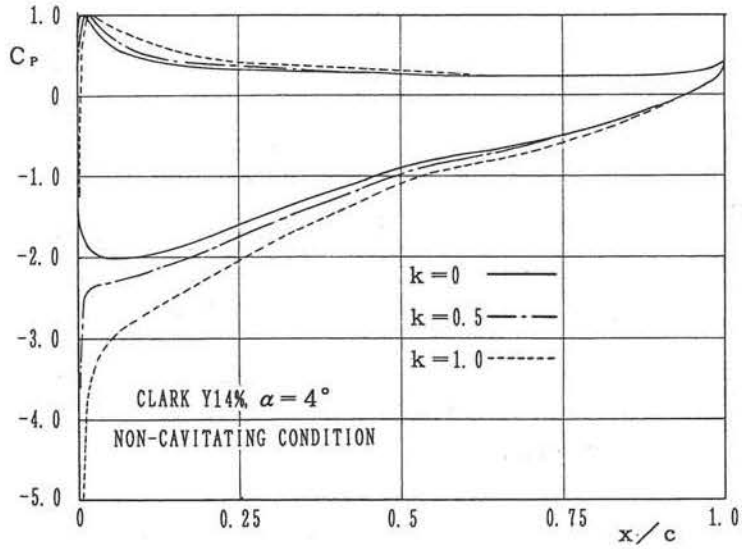


図4 圧力係数分布 ( $\alpha = 4^\circ$ )

指数せん断流中における厚翼の特性

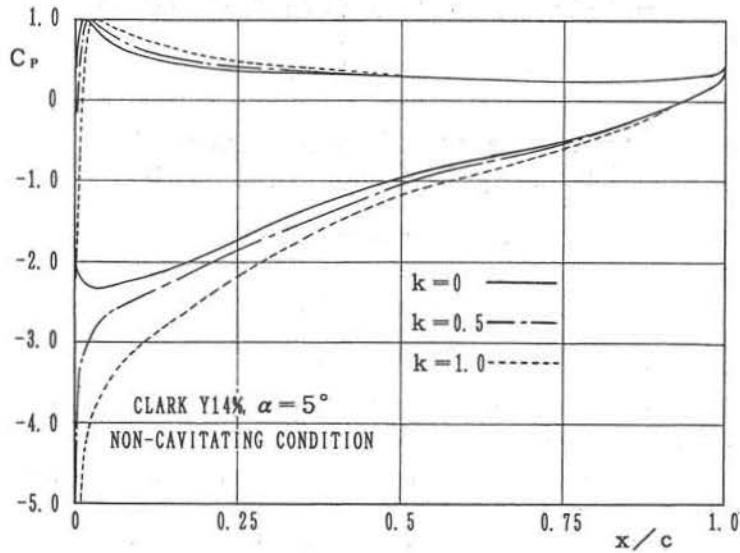


図5 圧力係数分布 ( $\alpha = 5^\circ$ )

さを未知数とする代数方程式に帰着され、これらの解から翼形特性を求める解析法が提示された。  
 (3)数値計算によって、圧力係数分布と揚力係数に及ぼすシアパラメータの影響が明らかにされた。

参考文献

- (1)例えば, Weissinger, J., Theorie des Tragflügelprofile in exponentieller Scherströmung, Ing. Arch., 37(1968), pp. 10-44.
- (2) Tsien, H.-S., Symmetrical Joukowski Aerofoils in Shear Flow, Q. Applied Math., 1(1943), pp. 130-148.
- (3)伊藤, 部分空洞を伴う厚翼の一特異点解法, 秋田高専研究紀要, 17(1982), pp. 6-14. 日本機械学会論文集, 47-424(1981-12), pp. 2229-2234.
- (4)Scholz, N., Aerodynamik der Schaufelgitter I, Verlag G. Braun Karlsruhe, 1965, pp. 157-215.