

含水多孔質層の凍結熱伝達に関する数値解析
(対流伝熱支配から伝導伝熱支配への遷移)

佐々木 章

NUMERICAL ANALYSIS ON FREEZING HEAT TRANSFER
IN WATER-SATURATED POROUS MEDIA
(TRANSITION FROM NATURAL CONVECTION HEAT TRANSFER
TO CONDUCTION HEAT TRANSFER)

Akira SASAKI

(平成元年10月31日受理)

Numerical investigations have been performed to examine the characteristics of unsteady freezing heat transfer in water-saturated porous media. As a physical model, a two-dimensional vertical cavity is considered. The temperature of the porous media is initially maintained at the temperature of the hot wall. The vertically opposite wall is abruptly cooled below the fusion temperature. The equation of momentum has included Forchheimer's extension as the resistance to flow in the porous media. For the governing equations in the frozen and unfrozen porous layers, the transformations of variables are performed by the boundary-fixing method, and the finite difference equations are obtained by integrating the governing equations over the control volume. The SOR method is utilized to solve numerically the equations. Modified Nusselt numbers are introduced to characterize the unsteady freezing heat transfer in water-saturated porous media. The transition from natural convection heat transfer to conduction heat transfer have been discussed.

1. 緒 言

多孔質層の凍結現象は、軟弱な地盤の固化および地下水の浸透を防ぐことを目的とした地盤凍結工法、食品の凍結保存、土壌の自然凍結、汚泥の凍結処理、地下建造物の断熱の問題、地熱熱源ヒートポンプの設計及びその評価、潜熱蓄熱など多くの工学的問題と関連している。

これまでの多孔質層の凍結現象に関する解析的研究の多くは、多孔質層内の熱移動の形態を、熱伝導として取り扱っている^{(1),(2)}。しかしながら、最近の研究では、伝導伝熱と同様、未凍結領域内での対流伝熱が凍結挙動に対して重要であることが示されている^{(3),(4)}。本研究は、凍結粒子層内の伝導伝熱および未凍結粒子層内の自然対流が、凍結現象におよぼす影響を調べることを目的としている。

主要記号

A : アスペクト比, H/W
B : 加熱冷却温度比, $(T_0 - T_c)/(T_h - T_0)$
C : 慣性係数

c : 比熱, $Jkg^{-1}K^{-1}$
Da : ダルシー数, k/W^2
d : 粒子径, m
f : 液相厚さ(凍結界面位置), m
g : 重力加速度, ms^{-2}
H : 高さ, m
k : 浸透率, m^2
L : 凍結潜熱, Jkg^{-1}
Nu*: 修正ヌッセルト数
P : 圧力, Nm^{-2}
Pr : プラントル数, ν/κ_m
R : 等価熱伝導率化, $\lambda_{es}/\lambda_{el}$
Ste : ステファン数, $(c\rho)_1(T_h - T_0)/(\rho L)$
T : 温度, $^{\circ}C$
t : 時間, s
u : x方向のダルシアン速度, $\partial\varphi/\partial y, ms^{-1}$
v : y方向のダルシアン速度, $-\partial\varphi/\partial x, ms^{-1}$
W : 幅, m
x, y : 座標, m
 ϵ : 空隙率
 θ : 無次元温度, $(T_1 - T_0)/(T_h - T_0)$
 κ_m : 見かけの温度伝導率, $\lambda_{el}/(c\rho)_1, m^2s^{-1}$

- λ : 熱伝導率, $Wm^{-1}K^{-1}$
- μ : 粘性係数, Nsm^{-2}
- ν : 動粘性係数, m^2s^{-1}
- ρ : 密度, kgm^{-3}
- τ : フーリエ数
- τ^* : 無次元時間, $\nu t/W^2$
- φ : 流れ関数
- Ψ : 無次元流れ関数, $\varphi(c\rho)_1/\lambda_{e1}$

添え字

- c : 冷却壁
- e : 等価
- l : 液相
- h : 加熱壁
- s : 固相
- o : 凍結

2. 数値解析

図1に示すような、高さH、幅Wの矩形空間を取り上げ、上下面を断熱壁とし、右側壁から冷却され、凍結が進行する場合を考える。本解析では、壁面ですべりなしの条件を得るため、多孔質層内の流体に運動量保存則を適用し、運動方程式を誘導する方法を採用した⁽⁵⁾。さらに、多孔質層による流動抵抗を外力として扱い、Darcy項ならびに速度の二乗に比例するForchheimer項⁽⁶⁾(慣性の影響)を運動方程式に取り入れた。解析に当たり次の仮定を導入する。

- (1) 未凍結領域内の流体の流れは、2次元、非圧縮、層流である。
- (2) 熱物性値は、浮力の項に含まれる密度を除き一定である。
- (3) 相変化にともなう体積変化は考えない。
- (4) 壁面近傍の空隙率の不均一は考えない。多孔質層は均一である。

以上の仮定のもとで、基礎方程式は次のようになる。液相(未凍結粒子層)領域での連続の式、運動方程式、およびエネルギー方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\rho}{\epsilon}\right) \frac{\partial u}{\partial t} + \left(\frac{\rho}{\epsilon^2}\right) \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}\right) \\ & = -\frac{\partial P}{\partial x} + \left(\frac{\mu}{\epsilon}\right) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\mu}{k} + \frac{\rho C|u|}{\sqrt{k}}\right) u \\ & \quad + \rho g \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\rho}{\epsilon}\right) \frac{\partial v}{\partial t} + \left(\frac{\rho}{\epsilon^2}\right) \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ & = -\frac{\partial P}{\partial y} + \left(\frac{\mu}{\epsilon}\right) \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\mu}{k} + \frac{\rho C|v|}{\sqrt{k}}\right) v \tag{3} \\ & (c\rho)_{e1} \frac{\partial T_1}{\partial t} + (c\rho)_1 \left(u \frac{\partial T_1}{\partial x} + v \frac{\partial T_1}{\partial y}\right) \\ & = \lambda_{e1} \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial y^2}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

となる。運動方程式の右辺第2、3項はBrinkmanモデル⁽⁷⁾に、第4項はDarcy項に、そして第5項はForchheimer項⁽⁶⁾に相当する。固相(凍結粒子層)領域でのエネルギー方程式は、

$$(c\rho)_{es} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \lambda_{es} \left(\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2}\right) \tag{5}$$

となる。

凍結界面でのエネルギーバランスは、

$$q_{nl} - q_{ns} = \epsilon \rho L \frac{\partial n}{\partial t} \tag{6}$$

となる。ここで、 q_{nl} 、 q_{ns} は液相、固相各々の法線方向の熱流束を表す。液相領域に自然対流が生ずるため、凍結界面の法線は座標軸と一致しない。ここで、図2のように、軸と凍結界面の傾きを ϕ で表すと、

$$\Delta n = \Delta f \cos \phi \tag{7}$$

$$q_{nl} = -\lambda_{e1} \frac{\partial T_1}{\partial x} \sin \phi - \lambda_{e1} \frac{\partial T_1}{\partial y} \cos \phi \tag{8}$$

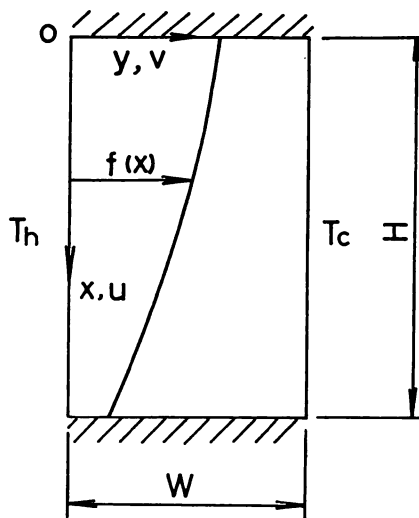


図1 座標系

含水多孔質層の凍結熱伝達に関する数値解析

$$q_{ns} = -\lambda_{es} \frac{\partial T_s}{\partial x} \sin \phi - \lambda_{es} \frac{\partial T_s}{\partial y} \cos \phi \quad (9)$$

となる。また、凍結面接線方向には温度勾配が存在しないことから

$$-\lambda_{e1} \frac{\partial T_1}{\partial x} \cos \phi + \lambda_{e1} \frac{\partial T_1}{\partial y} \sin \phi = 0 \quad (10)$$

$$-\lambda_{es} \frac{\partial T_s}{\partial x} \cos \phi + \lambda_{es} \frac{\partial T_s}{\partial y} \sin \phi = 0 \quad (11)$$

となる。式(7)-(11)を式(6)に代入し、さらに、 $\Delta f / \Delta x = \tan \phi$ であることを考慮すれば、

$$\left(\lambda_{es} \frac{\partial T_s}{\partial y} - \lambda_{e1} \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) \left[1 + \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \right] = \epsilon \rho L \frac{\partial f}{\partial t} \quad (12)$$

となる。初期条件、境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} t = 0; u = v = 0, T_1 = T_s = T_h \\ y = 0; u = v = 0, T_1 = T_h \\ y = f; u = v = 0, T_1 = T_s = 0 \\ y = W; T_s = T_c \\ x = 0, H; u = v = 0, \frac{\partial T_1}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

上記基礎方程式における浸透率k, 慣性係数Cには、Ergunにより求められた次式⁽⁸⁾を採用した。

$$k = \frac{d^2 \epsilon^3}{150(1-\epsilon)^2}, C = \frac{1.75}{(150 \epsilon^3)^{1/2}} \quad (14)$$

また、各相の等価熱伝導率はKunii-Smithの式⁽⁹⁾よ

り算定した。浮力の項に含まれる密度は次式で表される藤井らの関係式⁽¹⁰⁾より求めた。

$$\rho = A' / (1 + a' T + b' T^2 + c' T^3 + d' T^4) \quad (15)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A' &= 999.8396 \text{ (kg / m}^3\text{)} \\ a' &= -0.678964520 \times 10^{-4} \text{ (1 / }^\circ\text{C)} \\ b' &= 0.907294338 \times 10^{-5} \text{ (1 / }^\circ\text{C)}^2 \\ c' &= -0.964568125 \times 10^{-7} \text{ (1 / }^\circ\text{C)}^3 \\ d' &= 0.873702983 \times 10^{-9} \text{ (1 / }^\circ\text{C)}^4 \end{aligned}$$

である。

基礎方程式に流れ関数 ψ を導入し、渦度 ω を以下のように定義し、式(10)のように無次元化する。

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (16)$$

$$\omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (17)$$

$$\theta_1 = \frac{(T_1 - T_0)}{(T_h - T_0)}, \theta_s = \frac{(T_s - T_0)}{(T_0 - T_c)} \quad (18)$$

$$X = \frac{x}{W}, Y = \frac{y}{W}, F = \frac{f}{W}$$

$$\tau = \frac{\lambda_{e1} t}{(\rho \mu)_1 W^2}, \rho^* = \frac{kg \rho W (c \rho)_1}{\mu \lambda_{e1}} \quad (19)$$

$$\psi = \frac{\varphi (c \rho)_1}{\lambda_{e1}}, \Omega = \frac{\omega W^2 (c \rho)_1}{\lambda_{e1}}$$

さらに、境界固定法⁽¹¹⁾を用い、液相領域に対して、 $\xi = Y/F$

固相領域に対して、 $\zeta = (Y-F)/(1-F)$

のように変数変換を行う。基礎方程式は以下のように表される。液相領域の渦度、渦輸送方程式およびエネルギー方程式は、

$$\begin{aligned} \Omega &= \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \\ &+ \left(2 \frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial X \partial \xi} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} &+ \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} + \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \\ &\times \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\Omega \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\Omega \frac{\partial \psi}{\partial X} \right) \right] \\ &= Pr \left\{ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \left(2 \frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial^2 \Omega}{\partial X \partial \xi} + \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \right. \right. \\ &+ \left. \left. \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \xi^2} + \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial \xi} \right\} \\ &+ \epsilon Da^{-1} Pr \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) \frac{\partial \rho^*}{\partial \xi} - \epsilon Da^{-1} Pr \Omega \\ &- 2 \epsilon C Da^{-1/2} \left\{ \left| \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^3 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right| \left| \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} \right| \right\} \end{aligned} \quad (21)$$

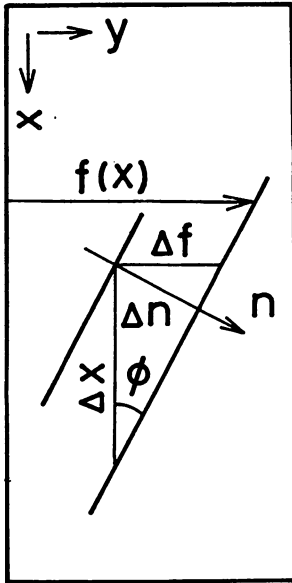


図2 凍結界面

$$+ \left[\left[\frac{\partial \Psi}{\partial X} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right] \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right] + \left(2 \frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial \xi} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \right] \quad (22)$$

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} + G \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\theta_1 \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\theta_1 \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \right] \frac{\partial \xi}{\partial Y} = G \left\{ \left[\left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial X^2} + \left(2 \frac{\partial \xi}{\partial X} \right) \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial X \partial \xi} + \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} \right) \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \right\} \quad (23)$$

となる。固相領域でのエネルギー方程式は、

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} \right) \frac{\partial \theta_s}{\partial \zeta} = E \left\{ \left[\left(\frac{\partial \zeta}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial X} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \zeta^2} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X^2} + \left(2 \frac{\partial \zeta}{\partial X} \right) \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial X \partial \zeta} + \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2} \right) \frac{\partial \theta_s}{\partial \zeta} \right\} \quad (24)$$

となる。凍結界面でのエネルギーバランス式は、

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \frac{Ste}{\varepsilon} \left(RB \frac{\partial \theta_s \partial \zeta}{\partial \zeta \partial Y} - \frac{\partial \theta_1 \partial \xi}{\partial \xi \partial Y} \right) \times \left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)^2 \right] \quad (25)$$

となる。ここで、見かけの温度伝導率 κ_m 、ダルシー数 Da 、プラントル数 Pr 、ステファン数 Ste は次式で定義される。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_m &= \frac{(c\rho)_1}{\lambda_{e1}}, \quad Da = \frac{k}{W^2}, \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa_m} \\ Ste &= \frac{(c\rho)_1 (T_h - T_0)}{\rho L} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

また、係数 E , G , R , B はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{(c\rho)_1}{\lambda_{e1}} \frac{\lambda_{es}}{(c\rho)_{es}} = \frac{\kappa_{es}}{\kappa_m} \\ G &= \frac{(c\rho)_1}{(c\rho)_{e1}} = \frac{(c\rho)_1}{\lambda_{e1}} \frac{\lambda_{e1}}{(c\rho)_{e1}} = \frac{\kappa_{e1}}{\kappa_m} \\ R &= \frac{\lambda_{es}}{\lambda_{e1}}, \quad B = \frac{(T_0 - T_c)}{(T_h - T_0)} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

である。初期条件、境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \tau = 0; \quad \Psi = 0, \quad \theta_1 = \theta_s = 1 \\ \xi = 0; \quad \Psi = 0, \quad \theta_1 = 1, \\ \Omega = \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \\ \xi = 1; \quad \Psi = 0, \quad \theta_1 = 0, \\ \Omega = \left[1 + \left(\frac{\partial F}{\partial X} \right)^2 \right] \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y} \right)^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} \\ \zeta = 0; \quad \theta_s = 0 \\ \zeta = 1; \quad \theta_s = -1 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\left. \begin{aligned} X = 0, \quad H/W; \quad \Psi = 0, \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial X} = \frac{\partial \theta_s}{\partial X} = 0, \quad \Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \end{aligned} \right\}$$

加熱壁面、凍結界面、および冷却壁面での修正ヌセルト数は代表温度として加熱壁温度および冷却壁面温度を用いて次式のように定義した。

$$Nu_h^* = - \frac{W(T_h - T_0)}{H(T_h - T_c)} \int_0^{H/W} \frac{1}{F} \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} dx \quad (29)$$

$$Nu_f^* = - \frac{W(T_h - T_0)}{H(T_h - T_c)} \int_0^{H/W} \frac{1}{F} \left[1 + \left(\frac{dF}{dX} \right)^2 \right] \times \frac{\partial \theta_1}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} dx \quad (30)$$

$$Nu_c^* = - \frac{\lambda_{es} W(T_0 - T_c)}{\lambda_{e1} H(T_h - T_c)} \int_0^{H/W} \frac{1}{(1-F)} \times \frac{\partial \theta_s}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} dx \quad (31)$$

基礎方程式を次のような一般形で表す。

$$\begin{aligned} C1 \left(C2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + C3 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X \partial \eta} + C4 \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right) \\ - C5 \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\Phi \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\Phi \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) \right] \\ - C6 \left(C7 \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} \right) + C8 = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

ここで、 Φ は Ψ , Ω , θ を表す。渦輸送方程式に含まれる Darcy 項, Forchheimer 項, そして浮力の項は生成項 $C8$ に含まれる。係数 $C1-C8$ を表 1 に示す。

基礎方程式はコントロールボリューム法^{(12),(13)}を用いて差分化した。対流項には、風上差分を適用した。時間差分は、次式のように行った。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \frac{3\Phi^m - 4\Phi^{m-1} + \Phi^{m-2}}{2 \Delta \tau} \quad (33)$$

ここで、添え字 m , $m-1$ そして $m-2$ は時間ステップを表す。生成項は中心差分近似を行った。 $\xi = 0$ での渦度に対する境界条件は次式で表した。

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} = 2 \frac{\Psi_{w+1}}{(\Delta \xi)^2} \quad (34)$$

ここで、 $\Delta \xi$ は格子のサイズを、添え字 w は壁面を表す。

差分方程式は SOR を用いて各時間ステップごとに収束計算を行った。計算時間を考慮して準定常近似を適用した。すなわち、液相領域内の基礎方程式の収束解が得られた後、固相領域のエネルギー方程式を解いた。その後、液相、固相内のエネルギーバランスから凍結界面位置を求めた。時間ステップはすべての格子点上で次の条件を満足した時、収束したものとして進めた。

含水多孔質層の凍結熱伝達に関する数値解析

$$|r_{n-1}| / |r_n| < 10^{-4} \quad (35)$$

ここで、n, n-1は繰り返しの前後の値を表す。rは流れ関数、液相と固相の温度そして凍結界面位置を表す。τ* = 0.20におけるノイマン解を初期温度分布、初期凍結界面位置として用いた。格子点数は収束性、計算時間を考慮して、液相領域、固相領域いずれも21×21とした。数値解析は、Da = 2.3 × 10⁻⁴, Pr = 11.8, A = 2一定のもとで行った。

3. 結果および考察

図3は、平均修正ヌセルト数Nu*を示したものである。ステファン数Ste = 0.15 (T_h = 12°C), 加熱冷却温度比B = 1 (T_c = -12°C) の場合の結果で、Nu_h*, Nu_f*, Nu_c*はそれぞれ加熱壁、凍結界面、冷却壁での平均修正ヌセルト数を表している。Bは加熱温度に対する冷却壁面温度の比であり、凍結粒子層内を伝導により通過する熱量をコントロールするパラメータとなる。それに対し、Steは、未凍結粒子層内

に発生する自然対流の強さを表すパラメータと考えることができる。図には、未凍結粒子層内での熱移動が伝導で行われるとした場合(熱伝導問題として取り扱った場合)の計算結果も示してある。本解析において、渦輸送方程式と渦度を除いて計算して得られた結果である。冷却初期では、冷却壁近傍における温度勾配が大きいため熱伝導による熱流束が大きく、Nu_c*は大きくなる。そして、時間とともに凍結粒子層が増大し、冷却壁近傍の温度勾配がゆるやかになるためNu_c*は急激に減少する。図より、冷却開始後τ* = 0.2付近で自然対流の影響が現れ、Nu_c*の計算結果は伝導解から離れはじめ、伝導の場合に比べ大きな値を取ることがわかる。また、凍結の進行とともに、冷却壁で冷却された水が加熱壁側に移動し、加熱壁近傍に温度勾配が生じNu_h*が増大し始めることになる。Nu_h*は、対流の発生にともない伝導解に比べ急激に増加し始め、τ* = 1.5付近でNu_f*と一致し、液相領域の流れが十分発達した準定常状態に到達することがわかる。τ* > 1.5ではNu_h*の時

表1

φ	ψ	Ω	θ ₁	θ _s
C ₁	1	pr	G	E
C ₂	$\left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y}\right)^2$	$\left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y}\right)^2$	$\left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y}\right)^2$	$\left(\frac{\partial \zeta}{\partial X}\right)^2 + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial Y}\right)^2$
C ₃	$2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right)$	$2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right)$	$2 \left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right)$	$2 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial X}\right)$
C ₄	$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2}$	$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2}$	$\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2}$	$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial X^2}$
C ₅	0	$\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y}\right)$	$G \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y}\right)$	0
C ₆	0	1	1	1
C ₇	0	$\frac{\partial \xi}{\partial \tau}$	$\frac{\partial \xi}{\partial \tau}$	$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau}$
C ₈	-Ω	k ₁ - k ₂ - RES	0	0
η	ξ	ξ	ξ	ζ

$$k_1 = \epsilon Da^{-1} Pr \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y}\right) \frac{\partial \rho^*}{\partial \xi}, \quad k_2 = \epsilon Da^{-1} Pr \Omega$$

$$RES = 2 \epsilon C Da^{-1/2} \left\{ \left| \left(\frac{\partial \xi}{\partial Y}\right)^3 \frac{\partial \psi}{\partial \xi} \right| \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \left| \left[\frac{\partial \psi}{\partial X} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi}\right] \right| \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2}\right) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \left(2 \frac{\partial \xi}{\partial X}\right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial X \partial \xi} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial X}\right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2}\right] \right\}$$

間に対する変化は少ない。 Nu_c^* は時間とともに、 Nu_h^* に漸近し定常状態に近づく、 Nu_h^* 、 Nu_f^* 、 Nu_c^* は、いずれも対流の影響を強く受け、伝導解より大きな値を示す。

図4に、 $B=3(T_c=-12^\circ\text{C})$ 、 $Ste=0.05(T_h=4^\circ\text{C})$ の場合の結果を示す。 Nu_c^* は $2 < \tau^* < 8$ で伝導解より若干大きくなっているものの、伝導解とはほぼ一致する。それに対し、 Nu_h^* は $0 < \tau^* < 4$ で $Ste=0.15$ 、 $B=1$ の場合の結果と同様の傾向を示す。すなわち、 Nu_h^* は伝導解より早く増大し始め、 $\tau^*=1.5$ 付近で Nu_f^* と一致し、準定常状態に到達する。その後、 $\tau^*=4$ 付近まで一定であり、凍結の進行が対流伝熱で支配されている様子がわかる。しかし、 $\tau^*=4$ 付近から、 Nu_h^* は再び増加し始め、 $\tau^*=8$ 付近で伝導解と一致し、未凍結粒子層内の熱移動が対流伝熱支配から伝導伝熱支配に移ったことがわかる。また、その後も Nu_h^* は時間の経過とともに緩やかに増加する。これは、凍結の進行にともない等価熱伝導率の大きい固相領域が増大するためと考えることができる。この場合、対流による熱輸送の効果が少ないため、 Nu_h^* 、 Nu_c^* が一致する定常状態に到達するには $B=1$ 、 $Ste=0.15$ の場合に比べ、より大きな τ^* を必要としていることがわかる。

図5に凍結量の経時変化を示す。図に示される一点鎖線は、伝導解を表す。図に示された結果はいずれも似た傾向を示す。伝導解の場合、凍結量は最初急激な増加を示し、時間とともに増大する。しかし、その増加の度合は、凍結粒子層の熱抵抗の増大のため、ゆるやかとなる。 $B=3$ 、 $Ste=0.05$ の場合、冷却開始直後では伝導解と一致しているが、その後、わずかではあるが伝導解より小さくなり、伝導解から離れる傾向にある。これは、未凍結粒子層内に生じる対流により、凍結の進行が妨げられるためと言える。さらに時間が経過し、凍結界面が進行すると、液相領域が狭まり、自然対流が抑制されるようになり、再び伝導解に近づく。 $B=3$ 、 $Ste=0.05$ の場合、伝導解との差が小さいことから、自然対流の影響は小さいことがわかる。それに対し、 $B=1$ 、 $Ste=0.15$ の場合、冷却開始直後から伝導解と離れはじめ、定常状態では25%程度小さくなっており、自然対流の影響が大きいことがわかる。

図6に $B=3$ 、 $Ste=0.05$ の場合における凍結界面形状の経時変化を示す。冷却開始直後の界面形状は垂直壁に殆ど平行である。これは、冷却開始直後の熱移動が伝導伝熱で行われたことを裏づけている。その後、時間の経過にともない、凍結界面位置は、上

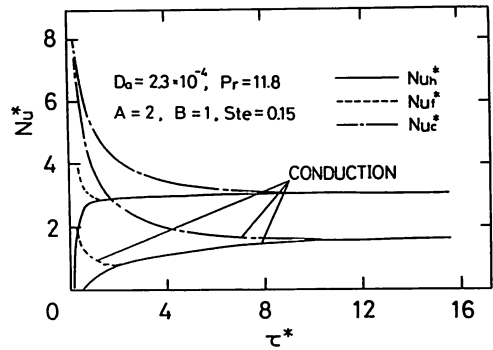


図3 平均修正ヌセルト数の経時変化

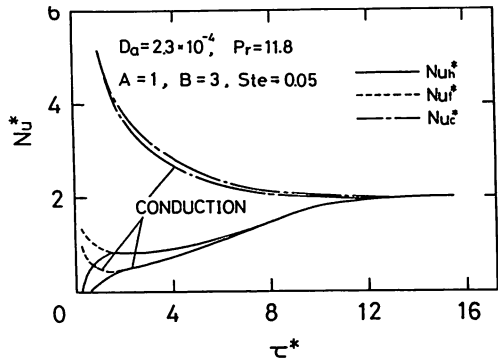


図4 平均修正ヌセルト数の経時変化

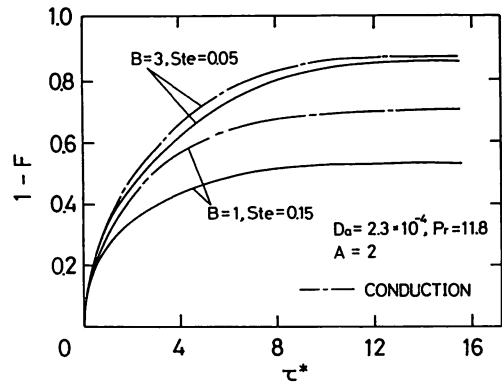


図5 凍結量の経時変化

含水多孔質層の凍結熱伝達に関する数値解析

部から下部に向かって増大する。これは、自然対流が存在していることを示す。さらに時間が経過すると、凍結粒子層の厚さは増大し、界面の傾斜も顕著になる。凍結界面での熱伝達が、下部から上部に向かって減少するためと言える。すなわち、液相内の流体が、界面に沿って、上向きに流れるとき、温度境界層が、厚くなるためと考えられる。さらに凍結が進行し $\tau^*= 10.8$ となると、界面の勾配は小さくなる。これは、対流が弱まったことを示し、多孔質層の凍結の進行が対流伝熱支配から伝導伝熱支配に変化したことを示唆する。定常状態では、液相領域下部でわずかな傾斜が存在している。

4. 結 言

水で飽和された多孔質層の非定常凍結熱伝達現象におよぼす自然対流の影響を明らかにするため、数値実験を行った。

ステファン数が大きい（加熱壁温度が高い）場合、その凍結挙動は液相内での自然対流伝熱に大きく支配される。また、凍結量が減少し、未凍結粒子層の領域が広がるため、自然対流が十分発達することができるため、短時間で定常状態が達成される。

Bが大きく、Steが小さい場合、加熱壁面での平均修正ヌセルト数は、冷却開始後しばらくは伝導解より大きく、ほぼ一定値を示し、粒子層の凍結挙動は液相内の自然対流伝熱に支配される。しかし、凍結の進行にとまない未凍結粒子層の領域が狭まるにしたがい伝導解に近づき、その凍結挙動は伝導伝熱支配に移行する。凍結界面位置は、最初自然対流の影響を受け、上部から下部に向かって増大する。定常状態に近づくにしたがい、凍結界面形状は側壁に平行となる。このような凍結界面形状の変化は、液相内の熱移動の形態が、自然対流支配から、伝導伝熱支配への遷移を表す。

参 考 文 献

(1) 片山, 服部, 機論, 40-333 (1974), 1404.
 (2) Chellaiah,S. and Viskanta,R., Int. J. of Heat and Mass Transfer, 31-2 (1988), 321.
 (3) 佐々木, 相場, 福迫, 機論(B), 55-514(1989), 1666.
 (4) Chellaiah,S. and Viskanta,R., Trans. ASME, J. Heat Transfer, 111 (1989), 425.
 (5) Vafai,K. and Tien,C.L., Int. J. of Heat and

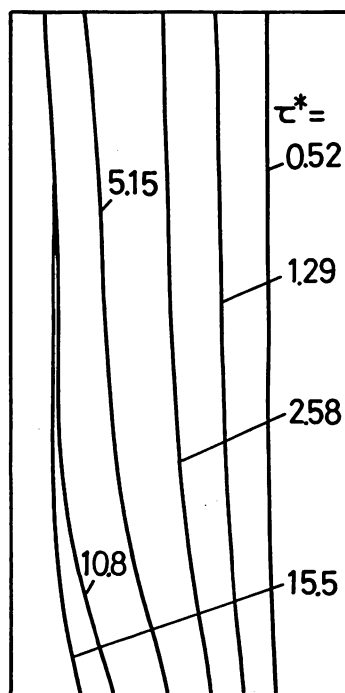


図6 凍結界面の経時変化 (B=3, Ste=0.05)

Mass Transfer, 25-8 (1980), 1183.
 (6) Beckermann,C. and Viskanta,R., Int. J. of Heat and Mass Transfer,30-7(1987),1547.
 (7) Brinkman,H.C., Appl. Scient.Res, 1 (1947), 27.
 (8) Ergun,S., Chem. Engng Prog., 48(1952),89.
 (9) Kumii,D. and Smith,J.M., AIChE Journal, 6 (1960), 71.
 (10) 藤井, 藤井, 第11回日本伝熱シンポジウム講演論文集, C101 (1974), 369.
 (11) Saitoh,T., Trans. ASME. J. Heat Transfer, 100 (1978), 294.
 (12) Gosman,A.D., Pun,W.M., Runchal,A.K., Spalding,D.B. and Wolfshtein,M., Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows, Academic Press,London and New York, 1969.
 (13) Patankar,S., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, New York, 1980.