

# ラーメン構造近似による工作物の変形解析 —チャッキングの基礎研究 (第12報) —

門 脇 義 次 ・ 齋 藤 省 吾\*  
鎌 田 尚 人\*\*・加賀屋 智\*\*\*

## Deformation Analysis of Workpiece Simulated with Rigid Frame —Basic Study of Chucking (12th report) —

Yoshitsugu KADOWAKI · Shogo SAITO ·  
Naoto KAMADA · Satoshi KAGAYA

(昭和63年10月31日受理)

The paper presents a simple method for calculating the deformation of workpieces subjected to chucking load on a three jaw chuck. It is well known that machined surfaces have non-circular profiles due to the deformation of workpieces in internal grinding. For the method presented, the circular disks which have a hole at the center are simulated with rigid frames. They are solved by means of finite element method. The results are compared with another study.

### 1. はじめに

三つづめチェックに工作物を把握するときの締付けの強さは、加工精度と密接に関係することが知られている。これまで、この把握の強さは経験とかんに頼って決められてきた。

いっぽう、今日のFA, FMSを始めとする工場の完全自動化、完全無人化の追求の上では、把握の強さを定量的に求め、新たなデータベースを構築する必要がある。しかしチャッキングすべき工作物の剛性や寸法は多種多様であり、このデータベースは膨大なものとなる。したがって計算式の形で把握力を記憶しておき、条件が変わるたびに計算し直すのが有利と思われる。このような観点から宮尾らは Airy 関数を用いて外周に3集中力を受ける円板の変位を解析している<sup>(1)</sup>。また、沢らは重調和関数と調和関数を用いて、つめの近くの工作物の変形解析を行っている<sup>(2)</sup>。しかし、いずれも計算量が膨大になり、パソコンレベルでの解析は困難のように思われる。

本報告では、有限要素法を用いて、三つづめチェックに把握された同心円孔を有する円板の変形解析を

行っている。有限要素法はプログラムが一般化しており、パソコンレベルでもかなりの精度で計算がおこなえる。反面入力データが多く記憶容量も大きい欠点がある。ここではラーメン構造による近似によって入力データの数を少なくしている。

### 2. 計算方法

図1は三つづめチェックが同心円孔を有する円板を把握している状態を示す。この状態で、工作物をつめによる力のために変形している。これを内面研削してから把握力を解放すると、弾性回復ため

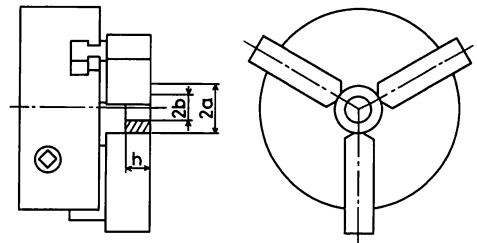


図1 三つづめチェックに把握された同心円孔を有する円板

\* 秋田県秋田土木事務所

\*\* 日立コンデンサー

\*\*\* 本校学生

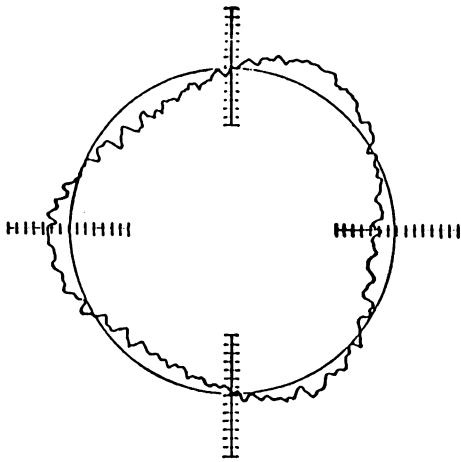


図2 内面研削仕上げ面形状

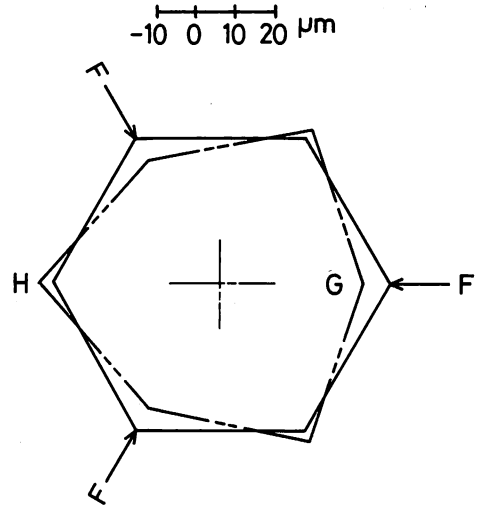


図5 ラーメン構造の変形

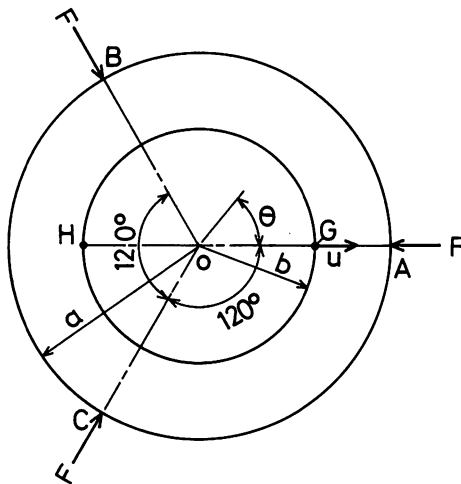


図3 外周に三集中力をうける同心円孔を有する円板

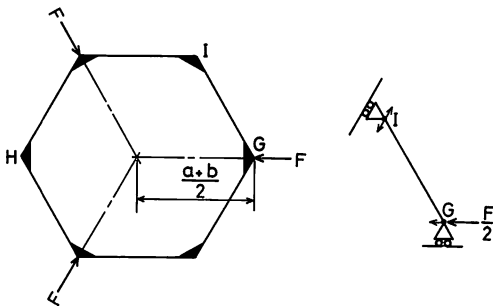


図4 ラーメン構造による近似

に図2に示す仕上げ面になる<sup>(1)</sup>。したがって、把握の際の円板の弾性変形が加工精度に密接に関連することが分かる。

同心円孔を有する円板の3集中力による変形は、図3のように考えられる。図3において、円板外周の点A, B, Cに力Fが作用するとき、内面研削加工前に実際に変形が問題となるところは、円孔の周である。力Fのために円孔の周上の点Gは中心O方向に変位する。また点Gと対称の位置にある点Hは点Gとは異なる変位を示し、この結果、両者の半径方向変位の相違から内面研削後のひずみ円が形成される。そこで、点GとHに注目して、この円板の変形を解析する。

有限要素法においてデータの入出力を容易にするため、図3に示す円板の代りに図4(a)に示すラーメン構造について解析する。これは、図3に示す円板を六個の要素に分割して、それぞれを真直棒で近似し、かつこれらの要素を剛接合したものと考えることができる。さらに、図4(a)に示すラーメン構造の各節点における変位の対称性から、点Hの半径方向変位は点Iのそれに等しいことから、図4(a)に示される点Iにおいて、傾斜支持法<sup>(3)</sup>を用いれば、図4(a)に示すラーメン構造は、図4(b)に示す要素GIのみを解析すれば済む。なお、この場合の要素間の接合はラーメン構造と同じく剛接合であるため、傾斜支持された各点において、変形後の角度変化がないと仮定している。このような近似によって、入力データは大幅に削減できる。

3. 計算結果と考察

図5は上の方法で求められた計算結果の一例である。外径100mm、内径70mm、厚さ10mmの円板と等価なラーメン構造とし、計算条件は把握力270kgf、ヤング率 $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比0.3の場合である。図5によれば、荷重Fの作用点Gは荷重の方向すなわち中心Oの方向に、荷重の作用しない点Hは中心Oから離れる方向に変位している。この工作物の内面研削後のひずみ円における真円度はG点とH点の半径方向変位の差によって与えられることは明らかであり、以下ではこの真円度に注目して解析する。

図6は 外半径aを50mmの一定とし、内半径bを変化したときの荷重の大きさFと真円度 $\Delta r$ の関係を示している。ここで、パラメータ $\phi$ は外半径と内半径の比 $b/a$ である。図6によれば、 $\phi$ が大きいほど把握の際の変形が大きく、したがって剛性が小さいことを示している。

図7は同心円孔を有する円板の有限要素分割を示し、18接点、20要素である。これによりラーメン構造による計算結果との比較を行う。ここでも円板の対称性から、全体の1/2を分割している。

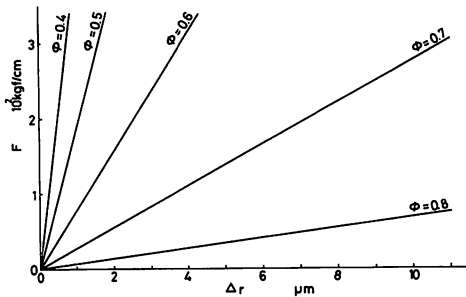


図6 真円度の計算結果

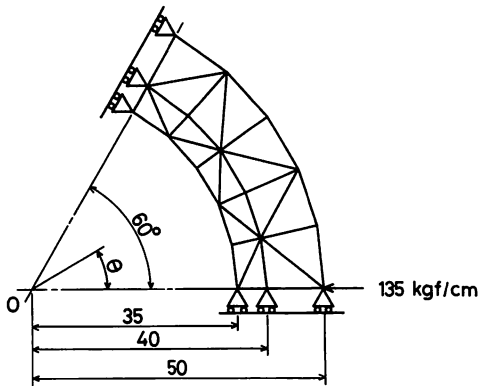


図7 同心円孔を有する円板の有限要素分割

図8に図7の要素分割をもとに求められた平面応力状態での半径方向変位uを示す。図8では、円板の外周と内周の点の変位を区別して示すが、荷重Fの作用線上で見ると、外周との交点の変位が内周のそれよりいくぶん大きいほかは内、外周上の変位の間にはほとんど差が見られない。

図9では真円度について、ラーメン構造の $\phi = 0.7$ の場合をこれと等価な円板の平面応力問題による結果および宮尾らの理論解<sup>(1)</sup>と比較している。図9によれば、ラーメン構造の場合は、ここでのべる他の二つの計算結果の中間の真円度が得られている。つぎに、ラーメン構造の場合の計算精度を検討するため $\phi = 0.7$ のまま、構造要素の数を $N_2 = 12, 24$ と増加した場合についても同様に示している。図9によれば、要素数の増加につれて宮尾らの理論解に近

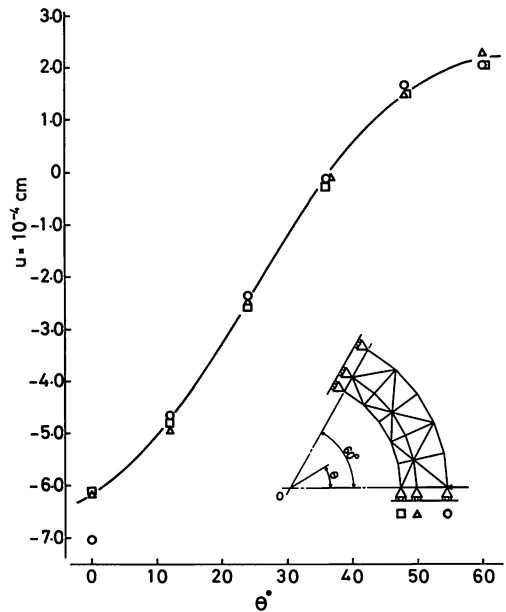


図8 半径方向変位

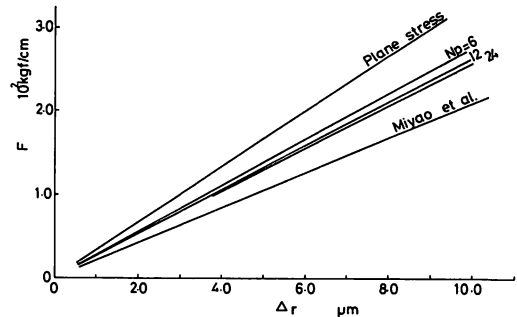


図9 真円度の比較

## ラーメン構造近似による工作物の変形解析

づいていく。これは、要素数の増加によってラーメン構造の形状が6角形から12角形、24角形へとより円に近くなり、計算精度が向上したためと考えられる。しかし要素の数を増すことによる理論解への近づきかたは図示のように次第に緩やかになる。これは、要素数を増すにつれてラーメン構造要素の接合点である剛なる点の数が増え、構造全体の剛性が上がっていくためと考えられる。したがって、要素数を増すことによる入力データの増加を考えると、この方法による計算精度の向上は有利とは言えない。これを改善するために要素の数は $N_p = 6$ のまま、ラーメン構造を構成する各要素の中立軸に補正を施すことが考えられる。

#### 4. まとめ

三つづめチャックで工作物を把握する際、把握力によって工作物が弾性変形する。この弾性変形のため、特に内面研削においては仕上げ面の加工精度に悪い影響をおよぼす。これに対処するために、この弾性変形を定量的に知って、チャッキングの把握力

を決めておく必要がある。

ここでは主としてラーメン構造のための有限要素法を用いて、チャックの把握力と工作物変形との関係を求めている。その結果以下の事が明らかとなった。

(1) 他の数値解法に比べ、ラーメン構造のための有限要素法プログラムは、一般的であり、しかも簡単である。このため計算機の負担が少ない。

(2) ラーメン構造のための有限要素法では、入力すべきデータの数を少なくすることができる。

(3) ラーメン構造における要素の数を増していくと、計算精度は向上するが、ある値を越して高めることは出来ない。

(4) ラーメン構造の各要素の中立軸の位置を補正する必要がある。

#### 5. 参考文献

- (1) 宮尾, 岩城, 機誌 35 - 270 (昭44) 317.
- (2) 中川, 山本, 機論 54 - 504 (昭63) 1946.
- (3) 山田, マトリックス法材料力学, 培風館