

# 通気翼形の線形解析

伊藤 惇・木村 文雄\*

(昭和61年10月31日受理)

## Linear Analysis of Base-vented Hydrofoil

Jun ITO, Fumio KIMURA

The linearized disturbed flow field on the base-vented thin hydrofoil is described. Then, the set of integral equations concerning the vortex and source distributions is introduced from two kinds of boundary conditions—the pressure constancy condition on the cavity and the tangential flow condition on the camber and thickness. Expanding the unknown functions of integral equations into series satisfying the singularities peculiar to base-vented flow, the set of integral equations is reduced to the set of linear algebraic equations with unknown coefficients of the series. At the same time, the closed model of cavity is introduced into these algebraic equations.

Numerical calculations are made for symmetrical wedge and NACA base-vented section and such characteristics as cavitation number and lift coefficient in base-venting condition are clarified.

### 1. はじめに

近年、流体機械の高速化に伴い、スーパーキャビテーション翼やベンチレーション翼を軸流ポンプ、軸流水車さらには水中翼船などに応用することが考えられている。

ベンチレーション翼に関しては Tulin によるくさび形通気翼に関する研究<sup>1)</sup>などがあるが、本研究は一般の通気翼形についての解法を提案すると共に、若干の特性計算を行った。

最初流れ場の基礎式として積分方程式を誘導し、未知関数を級数展開し、連立一次方程式を求めた。次にこれを解いて未定係数を求めることにより、特異点分布を決定し諸特性を算出した。

### 2. 基礎方程式

#### 2.1 かく乱速度

図1のような座標系において、通気翼形の反りと迎え角を渦分布  $\gamma(x)$  で表わし、翼厚と空洞を吹き出し分布  $q_1(x)$ 、 $q_2(x)$  で表わす。このときかく

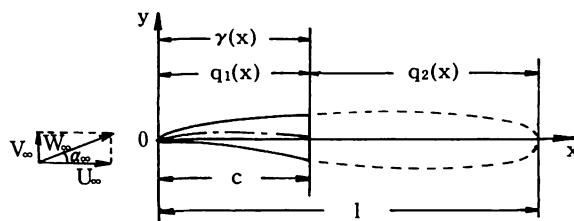


図1 座標系

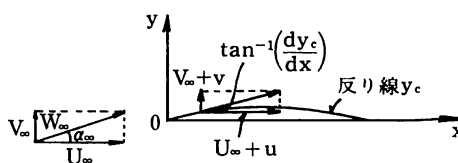


図2 接線流れ

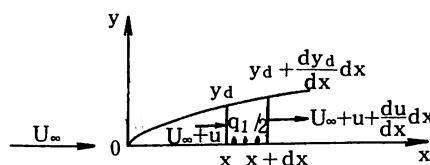


図3 連続の条件

\*川重防災工業

乱速度の x, y 成分 u, v は各々次のようになる。

$$u(x, \pm 0) = \pm \frac{r(x)}{2} + \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{q_1(x')}{x-x'} dx' + \frac{1}{2\pi} \int_c^l \frac{q_2(x')}{x-x'} dx' \quad (1)$$

$$v(x, \pm 0) = \pm \left( \frac{q_1(x)}{2} \text{ or } \frac{q_2(x)}{2} \right) - \frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{r(x')}{x-x'} dx' \quad (2)$$

多くの場合翼形の反り厚みは一次の微小量として扱いうるので、積分路は x 軸で代用してある。また、 $u(x, \pm 0)$ ,  $v(x, \pm 0)$  は  $\lim_{y \rightarrow \pm 0} u(x, y)$ ,  $\lim_{y \rightarrow \pm 0} v(x, y)$  とする。

### 2. 2 境界条件

2. 2. 1 反り線に沿う流れ 翼形上面下面の座標を  $y_U$ ,  $y_L$  として、反り  $y_c$  を次式で定義する。

$$y_c = \frac{1}{2} (y_U + y_L) \quad (3)$$

$$\text{ゆえに, } \frac{dy_c}{dx} = \frac{1}{2} \left( \frac{dy_U}{dx} + \frac{dy_L}{dx} \right) \quad (3')$$

一様流  $W_\infty$  の x, y 成分を  $U_\infty$ ,  $V_\infty$  とすると、接線流れの条件は次のようになる。

$$\frac{dy_U}{dx} = \frac{V_\infty + v(x, +0)}{U_\infty + u(x, +0)}, \quad \frac{dy_L}{dx} = \frac{V_\infty + v(x, -0)}{U_\infty + u(x, -0)} \quad (4)$$

上式において  $u \ll U_\infty$  であるから、

$$\frac{dy_U}{dx} = \alpha_\infty + \frac{v(x, +0)}{U_\infty}, \quad \frac{dy_L}{dx} = \alpha_\infty + \frac{v(x, -0)}{U_\infty} \quad (4')$$

ここで  $\alpha_\infty$  は迎角すなわち一様流と翼弦のなす角である。(4)' の2つの式を(3)' に代入すると、

$$\frac{dy_c}{dx} = \alpha_\infty + \frac{v}{U_\infty} \quad (5)$$

ここで  $v = \frac{1}{2} \{ v(x, +0) + v(x, -0) \}$

$$= -\frac{1}{2\pi} \int_0^c \frac{r(x')}{x-x'} dx'$$

である。

2. 2. 2 翼厚の関係式 翼厚については、一様流  $U_\infty$  中におかれた厚さ  $y_d$  なる翼形を与えると吹き出した流体が翼内を流れるという条件から

$$\frac{1}{2} q_1(x) dx + (U_\infty + u) y_d = (U_\infty + u + \frac{du}{dx} dx) \times (y_d + \frac{dy_d}{dx} dx) \quad (6)$$

が成立する。この式で2次の微小量を見捨ると

$$\frac{1}{2} q_1(x) dx = (U_\infty + u) \frac{dy_d}{dx} dx$$

ここに u は特異点によって誘起される x 方向の誘起速度成分であり  $u \ll U_\infty$  であるから、

$$\frac{1}{2} q_1(x) = U_\infty \frac{dy_d}{dx} \quad (7)$$

となる。これが翼厚に関する流れの条件となる。

2. 2. 3 空洞部分の境界条件 無限前方の圧力を  $P_\infty$  とし、空洞部分のかく乱速度および圧力を  $u_c$ ,  $v_c$ ,  $P_c$  とするとベルヌーイの定理より

$$\frac{1}{2} \rho (U_\infty^2 + V_\infty^2) + P_\infty = \frac{1}{2} \rho \{ (U_\infty + u_c)^2 + (V_\infty + v_c)^2 \} + P_c \quad (8)$$

となり、展開し、整理すると

$$P_\infty - P_c = \frac{1}{2} \{ 2(U_\infty u_c + V_\infty v_c) + u_c^2 + v_c^2 \} \quad (8')$$

となる。  $V_\infty = U_\infty \tan \alpha_\infty \doteq U_\infty \alpha_\infty$  より2次の微小量を見捨ると、キャピテーション係数  $\sigma$  は

$$\sigma = \frac{2u_c}{U_\infty} \quad (9)$$

ただし、 $\sigma$  は次のように定義される。

$$\sigma = \frac{P_\infty - P_c}{\frac{1}{2} \rho W_\infty^2}, \quad W_\infty^2 = U_\infty^2 + V_\infty^2$$

2. 2. 4 空洞後端の条件 実在する空洞流れにおいては、空洞後端では、はね返り噴流、気泡の流出、振動など全く不規則な流れとなっている。したがって数学的に取り扱うためには何らかのモデルを設定しなければならない。種々のモデルが考えられるがここでは閉鎖型モデルを導入する。したがって次式が成立しなければならない。

$$\int_0^c q_1(x) dx + \int_c^l q_2(x) dx = 0 \quad (10)$$

2. 2. 5 無限前方における流れ かく乱速度 u, v は無限前方で消失しなければならない。したがって  $\lim_{x \rightarrow \infty} u(x, y) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} v(x, y) = 0$  (11)

2. 2. 6 翼形後縁の条件 Kutta の条件より、通気翼形の場合も一般の翼形と同様に、翼形後縁では圧力差は存在しないので次式が成立する。

$$r(c) = 0 \quad (12)$$

### 2. 3 積分方程式

(5)(9)に(1)(2)を代入すれば、流れ場の基礎方程式として次の積分方程式を得る。

$$\frac{dy_c}{dx} = \alpha_\infty - \frac{1}{2\pi U_\infty} \int_0^c \frac{r(x')}{x-x'} dx' \quad (13)$$

$$\sigma = \frac{1}{\pi U_\infty} \int_0^c \frac{q_1(x')}{x-x'} dx' + \frac{1}{\pi U_\infty} \int_c^l \frac{q_2(x')}{x-x'} dx' \quad (14)$$

これら2つの式は、通気翼形流れにおける場の基礎方程式であり、付帯条件(10)(11)(12)式を満足するように解を求めればよいことになる。

## 3. 解法

### 3. 1 級数

3. 1. 1  $r(x)$  について 渦分布については

グロアート級数を採用する。即ち前縁の特異性と付帯条件を考慮して

$$\gamma(x) = 2U_\infty \left\{ A_0 \cot \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right\} \quad (15)$$

ここで  $x = c(1 - \cos \theta) / 2$

3. 1. 2  $q_1(x)$  について 翼厚に関しては文献<sup>2)</sup>にみられるような級数が有名であるが、翼形状を考慮すると次のように展開した方が妥当であろう。

$$q_1(x) = 2U_\infty \left\{ B_{-1} + B_0 \cot \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\theta) \right\} \quad (16)$$

この級数の特徴は、定数項  $B_{-1}$  を含めることにより、翼後端の傾斜を考慮した点である。また第2項に前縁の特異性が考慮されている。参考のために文献<sup>2)</sup>の一般の通気翼でない翼形の級数表示を示す。

$$q_1(x) = 2U_\infty \left\{ B_0 \left( \cot \frac{\theta}{2} - 2 \sin \theta \right) + \sum_{n=2}^{\infty} B_n \sin(n\theta) \right\}$$

3. 1. 3  $q_2(x)$  について 空洞部分の吹き出し分布  $q_2(x)$  は、空洞後端の特異性、翼形との接続条件を考慮して次のように展開した。

$$q_2(x) = 2U_\infty \left\{ C_{-1} + C_0 \tan \frac{\phi}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \sin(m\phi) \right\} \quad (17)$$

ここで  $x = c + \frac{1-c}{2}(1 - \cos \phi)$

ただし、自由流線が翼形後縁よりなめらかに流れ去ることにより次の関係を満足しなければならない。

$$C_{-1} = B_{-1} \quad (18)$$

### 3. 2 標点位置

3. 2. 1 翼面上 積分方程式 (13) に (15) を代入すれば

$$\frac{dy_c}{dx} = \alpha_\infty - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{A_0 \cot \frac{\theta'}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta')}{\frac{c}{2}(1 - \cos \theta) - \frac{c}{2}(1 - \cos \theta')} \times \frac{c}{2} \sin \theta' d\theta' \quad (19)$$

整理して

$$\frac{dy_c}{dx} = \alpha_\infty - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{A_0 \cot \frac{\theta'}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta')}{\cos \theta' - \cos \theta} \times \sin \theta' d\theta' \quad (19')$$

となる。上式を解くにあたり、境界条件を与える翼面上の標点すなわち標点位置はシュリヒティングによる4分の3弦法を導入した。したがって標点の数を  $n$ 、前縁よりの順番を  $\nu$  とすると

$$\frac{x_\nu^{(n)}}{c} = \frac{4\nu - 1}{4n}, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots, n \quad (20)$$

となる。

3. 2. 2 空洞部分 (14) 式に (16) (17) 式を代入すると

$$\sigma = \frac{1}{\pi U_\infty} \int_0^\pi 2U_\infty \left\{ B_{-1} + B_0 \cot \frac{\theta'}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin \right.$$

$$\left. (n\theta') \right\} \frac{\frac{c}{2} \sin \theta' d\theta'}{X - \frac{c}{2}(1 - \cos \theta')} + \frac{1}{\pi U_\infty} \int_0^\pi 2U_\infty \left\{ C_{-1} + C_0 \tan \frac{\phi'}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \sin(m\phi') \right\} \times \frac{\frac{1-c}{2} \sin \phi' d\phi'}{X - \left\{ c + \frac{1-c}{2}(1 - \cos \phi') \right\}} \quad (21)$$

となる。上式を解くための標点位置は、標点の数を  $n$ 、前縁側よりの順番を  $\nu$  とすると

$$\frac{X_\nu^{(n)}}{c} = 1 + \frac{(1/c - 1)(2\nu - 1)}{2n}, \quad \nu = 1, 2, 3, \dots, n \quad (22)$$

とした。

### 3. 3 連立一次方程式

3. 3. 1 翼形部分 (19') 式の積分を実行すると

$$-A_0 + A_1 \cos \theta + A_2 \cos 2\theta + \dots = -\alpha_\infty + y_c' \quad (23)$$

また (7) 式に (16) 式を代入すると

$$B_{-1} + B_0 \cot \frac{\theta}{2} + B_1 \sin \theta + B_2 \sin 2\theta + \dots = y_d' \quad (24)$$

翼弦上  $n$  個の点において (23) (24) 式をつくれば、 $2n$  個の方程式が得られ、また、翼後端において  $(y_d')_{\theta=\pi} = B_{-1}$  であるから

$$A_0, A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$$

$$B_{-1}, B_0, B_1, B_2, \dots, B_{n-1}$$

の値が決定される。 $A_n$  については次の表示を用い、

$$A_n = A_{n0} + \alpha_\infty A_{n\beta} \quad (25)$$

(23) 式に代入すると

$$\left[ -A_{00} + A_{10} \cos \theta + A_{20} \cos 2\theta + \dots \right] - y_c' = -\alpha_\infty \left[ 1 - A_{0\beta} + A_{1\beta} \cos \theta + A_{2\beta} \cos 2\theta + \dots \right] \quad (26)$$

となる。この式が  $\alpha_\infty$  を変えても成立するためには、両辺共に 0 にならなければならない。したがって

$$-A_{00} + A_{10} \cos \theta + A_{20} \cos 2\theta + \dots = y_c' \quad (27a)$$

$$-A_{0\beta} + A_{1\beta} \cos \theta + A_{2\beta} \cos 2\theta + \dots = -1 \quad (27b)$$

$A_{n0}$ 、 $A_{n\beta}$  は  $\alpha_\infty$  に無関係に決まる。また (27b) 式は  $\theta$  の値によらず成立するので

$$A_{0\beta} = 1, \quad A_{1\beta} = A_{2\beta} = \dots = 0 \quad (28)$$

総合すると、迎角に無関係に (24) 式から  $B_n$  を求め、

(27a) 式から  $A_{n0}$  を求めると、任意の迎角に対して

$$A_n \text{ は, } \left. \begin{aligned} A_0 &= A_{00} + \alpha_\infty \\ A_n &= A_{n0} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

このようにして、渦と吹き出し分布 (15) (16) 式が決定される。

3. 3. 2 空洞部分 (21) 式を整理変形すると

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \left\{ B_{-1} + B_0 \cot \frac{\theta'}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\theta') \right\} \times \frac{\sin \theta' d\theta'}{\left( \frac{2x}{c} - 1 \right) + \cos \theta'} + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \left\{ C_{-1} + C_0 \tan \frac{\phi'}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} C_m \sin(m\phi') \right\} \frac{\sin \phi' d\phi'}{\left\{ \frac{2(x-c)}{1-c} - 1 \right\} + \cos \phi'} \quad (21')$$

(21)' 式の積分を実行すると  $\sigma$  は  $X$  の関数となる。また係数  $B_n$  は (24) 式において求まっているから、空荷部分の  $n$  個の点において一次方程式をつくることができる。(21)' の積分は、少々困難なようにも思われるが、

$$D = \frac{2X}{c} - 1, \quad E = \frac{2(X-c)}{1-c} - 1 \quad (30)$$

とおくと、

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \{ B_{-1} \frac{\sin \theta'}{D + \cos \theta'} + B_0 \frac{\cot \frac{\theta'}{2} \sin \theta'}{D + \cos \theta'} \\ & + \sum_{n=1}^\infty B_n \frac{\sin(n\theta') \sin \theta'}{D + \cos \theta'} \} d\theta' + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \{ C_{-1} \\ & \times \frac{\sin \phi'}{E + \cos \phi'} + C_0 \frac{\tan \frac{\phi'}{2} \sin \phi'}{E + \cos \phi'} \\ & + \sum_{m=1}^\infty C_m \frac{\sin(m\phi') \sin \phi'}{E + \cos \phi'} \} d\phi' = \frac{2}{\pi} B_{-1} \\ & \times [-\log |D + \cos \theta'|]_0^\pi + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \{ B_0 \frac{\cos \theta' + 1}{D + \cos \theta'} \\ & + \sum_{n=1}^\infty B_n \frac{\frac{1}{2} \{ \cos(n-1)\theta' - \cos(n+1)\theta' \}}{D + \cos \theta'} \} d\theta' \\ & + \frac{2}{\pi} C_{-1} [-\log |E + \cos \phi'|]_0^\pi \\ & + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \{ C_0 \frac{1 - \cos \phi'}{E + \cos \phi'} \\ & + \sum_{m=1}^\infty C_m \frac{\frac{1}{2} \{ \cos(m-1)\phi' - \cos(m+1)\phi' \}}{E + \cos \phi'} \} d\phi' \end{aligned} \quad (31)$$

となるから、これらの残りの積分はすべて

$$I = \int_0^\pi \frac{\cos n\theta}{a + \cos \theta} d\theta \quad (32)$$

の積分を解くことに帰着する。(32) 式の定積分は留数計算から次のようになる。

•  $a > 1$  の場合  $I = \frac{\pi}{\sqrt{a^2-1}} (-a + \sqrt{a^2-1})^n \quad (33a)$

•  $1 > a > 0$  の場合  $I = \frac{\pi}{\sqrt{1-a^2}} \sin(n \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-a^2}}{a}) \quad (33b)$

•  $a=0$  の場合  $I = \begin{cases} 0 & (n = \text{偶数}) \\ (-1)^{m+1} \pi, & (m = \frac{n+1}{2}, \\ & n = \text{奇数}) \end{cases} \quad (33c)$

•  $0 > a > -1$  の場合

$$I = -\frac{\pi}{\sqrt{1-a^2}} \sin(n \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-a^2}}{-a}) \quad (33d)$$

本解法では標点の数は  $n=3$  とし、またその位置は  $3 \cdot 2 \cdot 2$  に述べたように決めたので、これらの公式を使って (32) 式の積分を実行すると、 $X_1$  においては

$$\begin{aligned} \sigma = & M + \frac{2}{\pi} [ C_{-1} \log | \frac{E+1}{E-1} | + C_0 \frac{\pi}{\sqrt{1-E^2}} \\ & \times \sin(\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-E^2}}{-E}) + \frac{C_1}{2} \frac{\pi}{\sqrt{1-E^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \sin(2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-E^2}}{-E}) + \frac{C_2}{2} \frac{\pi}{\sqrt{1-E^2}} \\ & \times \{ \sin(3 \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-E^2}}{-E}) - \sin(\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-E^2}}{-E}) \} \end{aligned} \quad (34a)$$

$X_2$  において

$$\sigma = M - 2C_0 + 2C_2 \quad (34b)$$

$X_3$  において

$$\begin{aligned} \sigma = & M + \frac{2}{\pi} [ C_{-1} \log | \frac{E+1}{E-1} | - C_0 \frac{\pi}{\sqrt{1-E^2}} \\ & \times \sin(\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-E^2}}{E}) - \frac{C_1}{2} \frac{\pi}{\sqrt{1-E^2}} \sin(2 \tan^{-1} \\ & \frac{\sqrt{1-E^2}}{E}) - \frac{C_2}{2} \frac{\pi}{\sqrt{1-E^2}} \{ \sin(3 \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-E^2}}{E}) \\ & - \sin(\tan^{-1} \frac{\sqrt{1-E^2}}{E}) \} \end{aligned} \quad (34c)$$

ここで

$$\begin{aligned} M = & \frac{2}{\pi} [ B_{-1} \log | \frac{D+1}{D-1} | + B_0 \frac{\pi}{\sqrt{D^2-1}} (1-D \\ & + \sqrt{D^2-1}) + \frac{B_1}{2} \frac{\pi}{\sqrt{D^2-1}} \{ 1 - (-D + \sqrt{D^2-1})^2 \} \\ & + \frac{B_2}{2} \frac{\pi}{\sqrt{D^2-1}} (-D + \sqrt{D^2-1}) \{ 1 - (-D + \\ & \sqrt{D^2-1})^2 \} \end{aligned} \quad (35)$$

である。また (10) 式に (16)(17) 式を代入すると

$$\begin{aligned} & \int_0^\pi 2U_\infty \{ B_{-1} + B_0 \cot \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^\infty B_n \sin(n\theta) \} \frac{c}{2} \\ & \times \sin \theta d\theta + \int_0^\pi 2U_\infty \{ C_{-1} + C_0 \tan \frac{\phi}{2} + \sum_{m=1}^\infty C_m \\ & \times \sin(m\phi) \} \frac{1-c}{2} \sin \phi d\phi = 0 \end{aligned} \quad (10)'$$

となり結局

$$\begin{aligned} & 2B_{-1} + \pi B_0 + \frac{\pi}{2} B_1 + 2 \left( \frac{1}{c} - 1 \right) C_{-1} + \left( \frac{1}{c} - 1 \right) \\ & \times \pi C_0 + \left( \frac{1}{c} - 1 \right) \frac{\pi}{2} C_1 = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

となる。また (18) 式より  $B_{-1} = C_{-1}$  であるから結局 5 元の連立一次方程式をつくることができ

$$\sigma, C_{-1}, C_0, C_1, C_2$$

の値が決定される。このようにして渦と吹き出し分布の式 (15)(16)(17) がすべて決定される。

### 3. 4 翼形特性

翼の諸特性の性能は次のように計算される。まず翼のまわりの循環は

$$\Gamma = \int_0^c \gamma(x) dx = U_\infty c \pi \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) \quad (37)$$

揚力は

$$\begin{aligned} L = & \rho W_\infty \Gamma = \rho U_\infty W_\infty c \pi \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) \\ = & \frac{1}{2} \rho W_\infty^2 \cdot 2\pi \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) \cos \alpha_\infty \end{aligned} \quad (38)$$

揚力係数は

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho W_\infty^2 c} = 2\pi \left( A_0 + \frac{1}{2} A_1 \right) \cos \alpha_\infty$$

$$= 2\pi \left[ \left( A_{00} + \frac{1}{2} A_1 \right) \cos \alpha_\infty + \sin \alpha_\infty \right] \quad (39)$$

4. 数値計算例

数値解法においては境界条件を合わせる位置について種々の方法を試みた結果、前述のように翼面上に対してはシュリヒティングの4分の3弦法を採用し、標点の数を3個とした。また空洞部分に対しては、空洞部分を3等分し、それぞれの中点を採用した。したがって、(24)(27a)式に対しては弦長上で次の3点

n	$x_n$	$\theta$ rad	$y'_d$	$y'_c$
1	0.250000 c	1.047198	0.07500	0.03510
2	0.583333 c	1.738202	0.04900	-0.01073
3	0.916667 c	2.556034	0.03950	-0.07748

また(34)式に対しては空洞上次の3点

$$x_1 = c + (1-c)/6, \quad x_2 = c + 3(1-c)/6,$$

$$x_3 = c + 5(1-c)/6$$

となる。したがって数値計算には空洞の長さ  $1-c$  と空洞後端模型(10)式を初めに与え、(24)(27a)式を  $x_n$ 、(34)式を  $X_n$  の点で成立せしめ連立方程式を解き、係数  $A_n$ 、 $B_n$ 、 $C_m$  を決定した。揚力係数は(39)式、キャビテーション係数は(34)式から求められる。

4. 1 くさび形通気翼

第6図に空洞長さとキャビテーション係数の関係を示した。この図より空洞長さが長い場合にはTulinの解析結果とよく一致することがわかる。空洞長さが短い場合は不安定空洞となり空洞後端の流れモデルの選定もむづかしいものと考えられる。

4. 2 NACAのベースベンテッドパラボラ

NACAの  $a=1$  なるベースベンテッドパラボラ ( $t/c = 0.15$ ) の翼弦上の渦分布および吹き出し分布を第7図と第8図に示す。この翼の与えられた厚み分布  $y_{dg}$  と計算して得られた  $y_{dc}$  との比較を下に示す。

翼弦長( $x/c$ )	翼厚( $y_{dg}$ )	翼厚( $y_{dc}$ )
0.	0.00000	0.00330
0.05	0.01677	0.01735
0.10	0.02370	0.02387
0.15	0.02905	0.02905
0.20	0.03355	0.03348
0.25	0.03750	0.03742
0.30	0.04105	0.04101
0.35	0.04430	0.04270

昭和62年2月

0.40	0.04745	0.04739
0.45	0.05030	0.05028
0.50	0.05300	0.05300
0.55	0.05560	0.05559
0.60	0.05805	0.05806
0.65	0.06050	0.06157
0.70	0.06270	0.06270
0.75	0.06495	0.06489
0.80	0.06710	0.06702
0.85	0.06915	0.06908
0.90	0.07120	0.07110
0.95	0.07310	0.07307
1.00	0.07500	0.07500

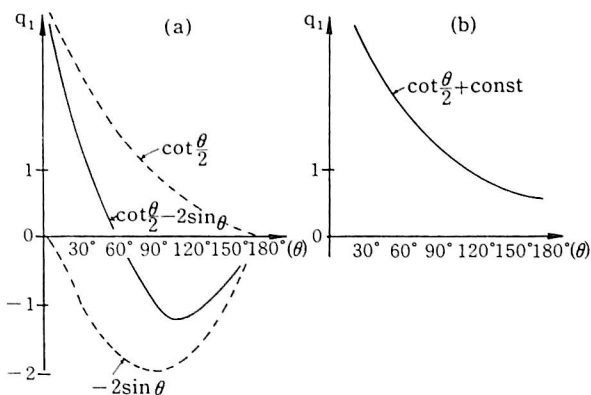


図4 級数の主要項

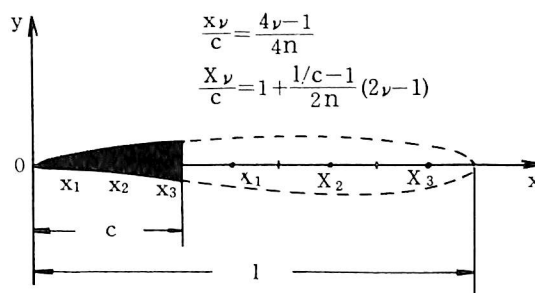


図5 標点位置 (n=3の場合)

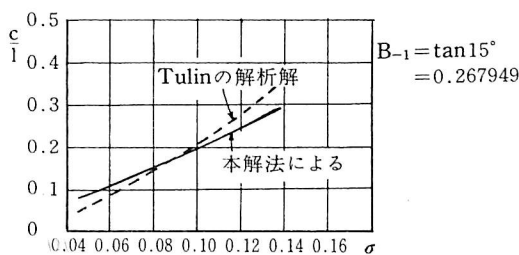


図6 30度の先端角を有するくさび形通気翼の空洞長さとキャビテーション係数

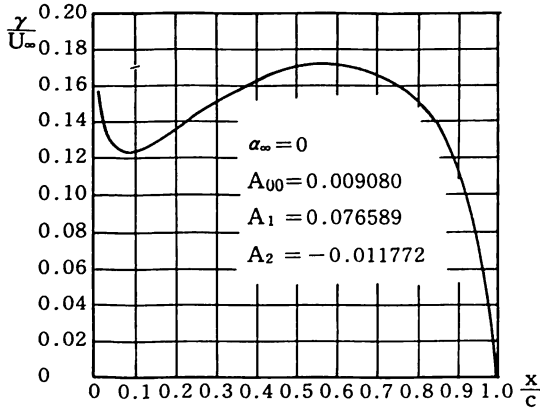


図7 うず分布; NACA  $a=1.0$  ベースベンテッドパラボラ ( $t/c=0.15$ )

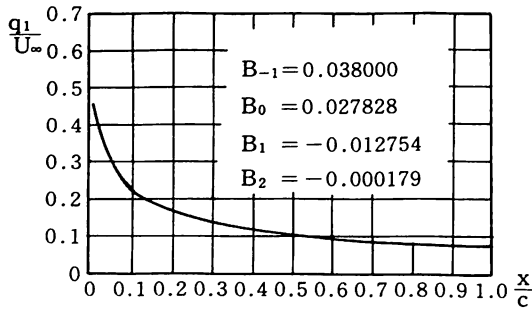


図8 吹き出し分布; NACA  $a=1.0$  ベースベンテッドパラボラ ( $t/c=0.15$ )

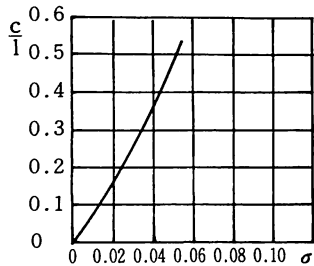


図9 NACA  $a=1.0$  ベースベンテッドパラボラ ( $t/c=0.15$ ) の空洞長さとキャビテーション係数

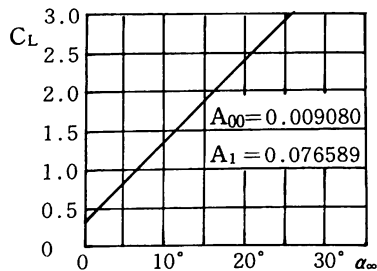


図10 揚力係数; NACA  $a=1.0$  ベースベンテッドパラボラ ( $t/c=0.15$ )

次に示す値は同じ翼形の与えられた反り分布  $y_{cg}$  と計算により求めた反り分布  $y_{cc}$  の比較である。

翼弦長( $x/c$ )	反り( $y_{cg}$ )	反り( $y_{cc}$ )
0.00	0.00000	0.00549
0.05	0.00631	0.00820
0.10	0.01033	0.01074
0.15	0.01347	0.01309
0.20	0.01592	0.01521
0.25	0.01790	0.01709
0.30	0.01943	0.01871
0.35	0.02060	0.01942
0.40	0.02142	0.02106
0.45	0.02190	0.02174
0.50	0.02206	0.02206
0.55	0.02190	0.02200
0.60	0.02142	0.02154
0.65	0.02060	0.02002
0.70	0.01943	0.01929
0.75	0.01790	0.01745
0.80	0.01592	0.01513
0.85	0.01347	0.01228
0.90	0.01033	0.00888
0.95	0.00631	0.00490
1.00	0.00000	0.00034

これらの図表より、最初に仮定した渦および吹き出し分布の級数はかなり精度のよいことが示された。特に吹き出し分布の級数は精度が良いことがわかった。第9図は空洞長さとキャビテーション係数の関係、第10図は迎角と揚力係数の関係を示した。

### 5. むすび

ベンチレーション翼の流場の基礎式である積分方程式を立て、これに対する解法を考え出し、実際に計算した結果次のことがわかった。翼厚の級数が極めて精度が良いことが示され、キャビテーション係数と空洞長さの関係は、空洞長さの大なる領域ではTulinの解析結果と良く一致する。空洞流線が満足な結果を与えないことや抗力係数がまだ求められていないなどまだ問題は残っている。

### 参 考 文 献

- 1) M.P. Tulin, Navy Department, David Model Basin, Report 834, May 1953, Ns 715—102.

2) H. Schlichting, VDI-Forschungsheft 447,  
Ausgabe B, Band 21, 1955.

$$\begin{aligned} B_{-1} &= 0.038000 \\ B_0 &= 0.027828 \\ B_1 &= -0.012754 \\ B_2 &= -0.000179 \end{aligned}$$

付録1 翼厚

翼厚を代表する吹き出し分布  $q_1(x)$  が求めれば,

$$\begin{aligned} y'_d &= \frac{1}{2U_\infty} q_1(x) \\ &= B_{-1} + B_0 \cot \frac{\theta}{2} + B_1 \sin \theta + B_2 \sin 2\theta + \dots \end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned} y'_d &= \int (B_{-1} + B_0 \cot \frac{\theta}{2} + B_1 \sin \theta + B_2 \sin 2\theta \\ &+ \dots) \frac{1}{2} \sin \theta d\theta = \frac{1}{2} \{ -B_{-1} \cos \theta \\ &+ B_0 (\sin \theta + \theta) + B_1 (\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta) \\ &+ B_2 (\frac{1}{2} \sin \theta - \frac{1}{6} \sin 3\theta) + a \} \end{aligned}$$

ここに  $a$  は積分定数で  $\theta = \pi = 0.075$  であるから

$$a = 2(y_d)_{\theta=\pi} - B_{-1} - B_0 \pi - B_1 \pi / 2$$

であるから  $y_d$  を計算することができる。

付録2 反り

(27a) 式より

$$\begin{aligned} y_c &= \int (-A_{00} + A_{10} \cos \theta + A_{20} \cos 2\theta + \dots) \\ &\times \frac{1}{2} \sin \theta d\theta \end{aligned}$$

となる。したがって積分を実行すると

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{1}{2} \{ A_{00} \cos \theta - \frac{1}{4} A_{10} \cos 2\theta + A_{20} \\ &\times (-\frac{1}{6} \cos 3\theta + \frac{1}{2} \cos \theta) \} + b \end{aligned}$$

ここに  $b$  は積分定数で  $\theta = \frac{\pi}{2}$  で  $(y_c)_{\theta=\frac{\pi}{2}} = 0.02206$  であるから

$$b = (y_c)_{\theta=\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{8} A_{10}$$

となり  $y_c$  を計算できる。

$$\begin{aligned} A_{00} &= 0.009080 \\ A_{10} &= 0.076589 \\ A_{20} &= -0.011772 \end{aligned}$$