

# 箱桁の有効幅に及ぼす縦リブの影響

堀 江 保

## Influence of Longitudinal Ribs in the Effective width of Box Girder

YASUSHI HORIE

(昭和59年10月31日受理)

It is an accepted to represent the effect of shear lag by adopting an effective width concept in a design engineering. The effective width of a girder flange depends on various parameters such as flange width to span length,  $b/\ell$ , shape and dimensions of cross section, arrangement of supports and type of load. One of the most significant parameters influencing the effective width is the ratio  $b/\ell$  of the flange. However, in our recent studies, the effective width can be regarded as depending on the effects of cross sectional shape and dimensions besides  $b/\ell$ .

In this paper, some parameters of shape and dimensions of cross section which involved the effect of loutgitudinal ribs are examined. Following the values of present analysis, the parameters of the Interium Design and Workmanship Rules (I. D. R.) do not provide sufficient information.

### 1. はじめに

フランジ有効幅に影響を及ぼす因子は、スパン長に対するフランジ幅の比  $b/\ell$ 、横断面形状および寸法、桁形式、荷重状態等種々考えられる。しかしながら、有効幅の概念がせん断遅れ現象を設計に取り入れるための簡便法であるという立場からすれば、それらの因子をすべて考慮した煩雑なものより近似的でも簡略化した表示が望ましい。

従来、フランジ有効幅に対し最も重要な因子として  $b/\ell$  がとられ、現在、我国の道路橋示方書においてもそのような形で表示式が与えられている。著者らは、これまで有効幅に対するパラメーターに関し検討してきたが、 $b/\ell$  を第1パラメーターとしたとき、第2パラメーターとして横断面形状および寸法をとるべきことが確かめられた<sup>1)</sup>。また、桁形式に関しては、モーメントゼロ区間を等価スパンとする方法で十分である結果が得られた<sup>2)</sup>。したがって、有効幅を表示する際、単純桁を想定し、荷重状態として等分布荷重と集中荷重に区別し、各々について  $b/\ell$  と横断面形状および寸法に関するパラメーターを用いることが適当であると考えられる。

本報告は、横断面形状および寸法に関するパラメ

ーターに含まれると考えられる縦リブの影響を検討したもので、対象としたモデルは、図-1に示す任意寸法、任意本数の縦リブがフランジ上で等間隔に配置されている2軸対称箱形断面である。このモデルに対し、著者らの誘導したせん断変形を考慮したはり理論による有効幅の求め方を示し、新しく定義した座標、およびその座標を含む断面定数を表示した。本法により有効幅を計算し、縦リブの影響を含んだ I. D. R. (英国暫定設計製作規定)と比較した。

### 2. 基礎式

フランジ有効幅は次式で与えられる(図-1参照)。

$$\lambda = \frac{\int_0^b \sigma_z dy}{(\sigma_z)_{max}} \dots\dots\dots(1)$$

上式より、有効幅を解析するためにはせん断遅れを評価できる実情に適した軸応力  $\sigma_z$  を用いる必要があり、本解析では著者らの誘導したせん断変形を考慮したはり理論より得られる次式<sup>2)</sup>を用いた。

$$\sigma_z = \sigma_{Bz} \left\{ 1 + \frac{v'_s}{v'_b} \left( 1 + \frac{J_y}{hD_{yy}} B_x \right) \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 $\sigma_{Bz}$  は従来のはり理論による曲げ応力を表

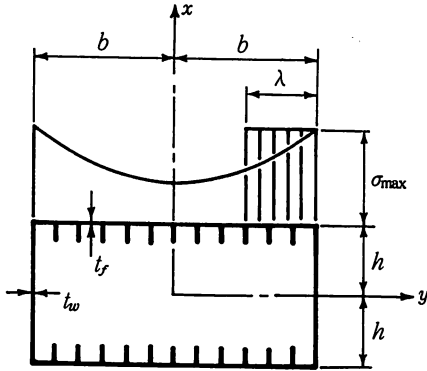


図-1 対象モデル

わし、 $u'_B$ 、 $u'_S$  は各々曲げおよびせん断によるたわみの部材軸方向  $Z$  に関する 2 回微分を表わしている。本解析では等価スパンの概念を導入しているため、桁形式としては単純桁のみを対象とすればよい。荷重状態として次の 2 種類を想定すると、微分方程式を解くことにより (2) 式中の  $u'_S/u'_B$  は次のようになる<sup>1)</sup>。

CASE(A) 等分布荷重が満載した場合

$$\frac{u'_S}{u'_B} = \frac{8(n-1)}{(kl)^2} \left(1 - \frac{1}{\cosh \frac{kl}{2}}\right) \dots\dots(3)$$

CASE(B) 桁中央に集中荷重が作用した場合

$$\frac{u'_S}{u'_B} = \frac{2(n-1)}{(kl)} \tanh \frac{kl}{2} \dots\dots(4)$$

(3)式、(4)式中の  $n$  および  $k$  は次式のように定義した。

$$n = \frac{1}{1 - K_{yy}^2/(J_y \cdot R_{yy})}, \quad k^2 = \frac{G}{E} n \frac{D_{yy}}{R_{yy}} \dots\dots(5) a, b$$

ここで、 $E$  は弾性係数、 $G$  はせん断弾性係数を表わし、 $J_y$ 、 $D_{yy}$ 、 $K_{yy}$ 、 $R_{yy}$  は次式で定義される断面定数を表わす。

$$J_y = \int_F x^2 dF, \quad D_{yy} = \int_F \left(\frac{S_x}{t}\right)^2 dF, \\ K_{yy} = \int_F x \cdot B_x dF, \quad R_{yy} = \int_F (B_x)^2 dF \dots\dots(6) a-d$$

(6)式において、 $J_y$  は従来の断面 2 次モーメントを表わすが、 $D_{yy}$ 、 $K_{yy}$ 、 $R_{yy}$  は本理論の誘導過程で新しく導入した  $S_x$  座標、 $B_x$  座標を含む新断面定数である。 $S_x$  座標、 $B_x$  座標は次式のように定義した。

$$S_x = \int_{S_1}^s x \cdot t ds, \quad B_x = \int_{S_1}^s \left(\frac{S_x}{t}\right) dS \dots\dots(7) a, b$$

上式中の  $S$  座標は横断面内の肉厚中心線に沿った座標であり、 $S_1$  はその原点を表わす。 $S_1$  は薄肉断面上の任意の位置にとってよいが、 $S_x$  座標、 $B_x$  座標は各々せん断応力、軸応力に対応していることより、そ

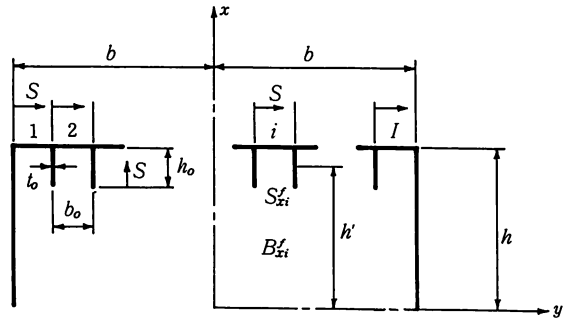


図-2 対象断面諸寸法の記号

これらの応力条件を満たすよう正規化される。すなわち、 $S_x$  座標はリブの自由縁およびフランジの対称軸上でゼロとなるよう、また、軸応力は断面内でつり合うことより  $B_x$  座標は  $\int_F B_x dF = 0$  を満たすよう修正される。

次項において、縦リブ付き箱形断面モデルの  $S_x$  座標、 $B_x$  座標および断面定数の求め方を示す。

### 3. 座標および断面定数

図-2 は、本報告で対象とした縦リブを有する 2 軸対称断面の上半分を拡大して示したものである。同図において用いた記号は次のようである。

$I$  : 縦リブによるフランジの分割数

$2h$  : ウェブ高

$2b$  : フランジ幅

$t_w$  : ウェブ厚

$t_f$  : フランジ厚

$h_o$  : 縦リブの長さ

$t_o$  : 縦リブ厚

$b_o$  : 各縦リブ間の距離 ( $b_o = 2b/I$ )

$h'$  : 断面図心から縦リブ図心までの距離

( $h' = h - h_o/2$ )

$S'_{xi}$  : フランジの任意区間  $i$  における  $S_x$  座標

$B'_{xi}$  : フランジの任意区間  $i$  における  $B_x$  座標

これらの記号を用いて以下の座標および断面定数の表示において次の記号を使用した。

$N$  : フランジ上の縦リブ本数 ( $N = I - 1$ )

$A_o$  : 縦リブ 1 本の断面積 ( $A_o = t_o h_o$ )

$C_y$  : 上半分断面の断面図心に関する断面 1 次

箱桁の有効幅に及ぼす縦リブの影響

モーメント ( $C_y = t_w h^2 + 2 t_f h b + N A_o h'$ )

(7)式の定義より断面の各部分において  $S_x$  座標,  $B_x$  座標は次式ようになる。

フランジ(各区間の左端を  $S$  座標の原点とする)

$$S_{xi}^f = t_f h (S - \frac{1}{2} b_o) + t_f a_1$$

$$B_{xi}^f = (S - b_o) (\frac{1}{2} h S + a_1) + B_i \dots\dots(8)a,b$$

ここで,  $a_1$  は次式とおいた。

$$a_1 = (h b_o + \frac{A_o h'}{t_f}) (i - 1 - \frac{N}{2}) \dots\dots(9)$$

ウェブ( $x = 0$  を  $S$  座標の原点とする)

$$S_x^w = -\frac{1}{2} t_w S^2 + \frac{1}{2} C_y$$

$$B_x^w = -\frac{1}{6} S^3 + \frac{C_y}{2 t_w} S \dots\dots(10)a,b$$

各縦リブ(自由縁を  $S$  座標の原点とする)

$$S_x^l = \frac{1}{2} t_o S (S - h_o) + t_o S h'$$

$$B_x^l = \frac{1}{6} S^3 + \frac{1}{2} S^2 (h' - \frac{1}{2} h_o) + B_{oi} \dots\dots(11)a,b$$

(8) b 式中の  $B_i$  は縦リブで区切られる各フランジ区間の  $S = b_o$  における  $B_x$  座標を表わし, これらは応力の連続性より求まる。すなわち, ウェブとフランジの接合部で  $B_x$  座標が等しいという条件より  $B_i$  が求められ, (8) b 式で  $S = 0$  とおいた

$$B_{(i-1)} = B_i - b_o a_1 \dots\dots(12)$$

の関係式を利用し  $i = I \sim 1$  と変化させることにより, 各区間の  $B_i$  が求められる。この  $B_i$  は, 各縦リブとの接合部におけるフランジ上の  $B_x$  座標である。また, (11) b 式中の  $B_{oi}$  は各縦リブの自由縁の  $B_x$  座標を表わし, (11) b 式に  $S = h_o$  を代入したものが(8) b 式の  $B_i$  に等しいという条件より求まる。これらを基に実際の  $S_x$  座標,  $B_x$  座標の例を示したのが図-3である。 $S_x$  座標において図中の矢印は座標の流れを示し, これはせん断流分布に対応している。また,  $B_x$  座標は図のようにフランジ上で変化し, (2)式に示すようにこの  $B_x$  座標を軸応力分布式中含むことより本理論がせん断遅れを評価できる理論であることがわかる。

断面定数は, 各部分の  $x$  座標,  $S_x$  座標,  $B_x$  座標を(6)式の定義に代入して求められる。断面 2 次モーメント  $J_y$  は次式のようになる(図-2 参照)。

$$J_y = \frac{4}{3} t_w h^3 + 4 t_f b h^2 + 2 N A_o h'^2 + \frac{1}{6} N A_o h_o^2$$

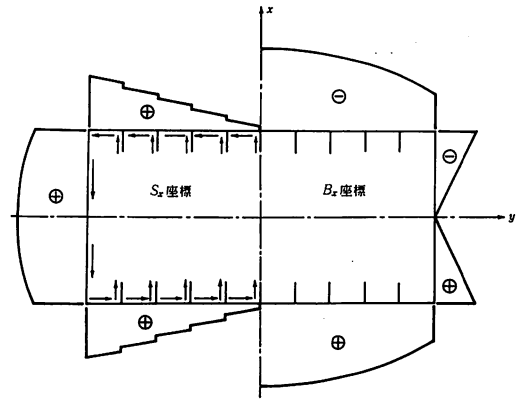


図-3  $S_x$  座標および  $B_x$  座標

$\dots\dots(13)$

新しい断面定数  $D_{yy}$ ,  $R_{yy}$  は, (8)式~(11)式で与えられる  $S_x$  座標,  $B_x$  座標を用いて各部分ごとに次式のように求められる。

フランジ

$$D_{yy}^f = \int_F \left( \frac{S_x}{t} \right)^2 dF = 2 \sum_{i=1}^n \int_0^{b_o} \left( \frac{S_{xi}^f}{t_f} \right)^2 t_f dS$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n t_f b_o \left( \frac{1}{12} h^2 b_o^2 + a_1^2 \right) \dots\dots(14)a$$

$$R_{yy}^f = \int_F (B_x)^2 dF = 2 \sum_{i=1}^n \int_0^{b_o} (B_{xi}^f)^2 t_f dS$$

$$= 2 \sum_{i=1}^n t_f b_o \left\{ b_o^2 \left( \frac{1}{120} h^2 b_o^2 + \frac{1}{12} h b_o a_1 + \frac{1}{3} a_1^2 \right) + B_i \left( B_i - b_o a_1 - \frac{1}{6} h b_o^2 \right) \right\}$$

$\dots\dots(15)a$

ウェブ

$$D_{yy}^w = \int_F \left( \frac{S_x}{t} \right)^2 dF = 4 \int_0^h \left( \frac{S_x^w}{t_w} \right)^2 t_w dS$$

$$= \frac{1}{5} t_w h^5 - \frac{2}{3} C_y h^3 + \frac{C_y^2}{t_w} h \dots\dots(14)b$$

$$R_{yy}^w = \int_F (B_x)^2 dF = 4 \int_0^h (B_x^w)^2 t_w dS$$

$$= \frac{1}{63} t_w h^7 - \frac{2}{15} C_y h^5 + \frac{C_y^2}{3 t_w} h^3 \dots\dots(15)b$$

縦リブ

$$D_{yy}^l = \int_F \left( \frac{S_x}{t} \right)^2 dF = 2 N \int_0^{h_o} \left( \frac{S_x^l}{t_o} \right)^2 t_o dS$$

$$= 2 N A_o h_o^2 \left( \frac{1}{120} h_o^2 - \frac{1}{12} h_o h' + \frac{1}{3} h'^2 \right)$$

荷重状態 $b/l$	等分布荷重		集中荷重	
	0	1	0	1
0.0	1.00	1.00	1.00	1.00
0.05	0.98	0.97	0.80	0.75
0.1	0.95	0.89	0.67	0.59
0.2	0.81	0.67	0.49	0.40
0.3	0.65	0.48	0.38	0.30
0.4	0.50	0.35	0.30	0.23
0.5	0.38	0.27	0.24	0.18

表-1 I.D.R. の規定

.....(14)c

$$R_{yy}^f = \int_F (B_x)^2 dF = 2 \sum_{i=1}^N \int_0^{h_0} (B_{xi})^2 t_0 dS$$

$$= 2 \sum_{i=1}^N A_o \left\{ h_0^4 \left( \frac{13}{5040} h_0^2 - \frac{1}{45} h_0 h' + \frac{1}{20} h'^2 \right) + B_{oi} \left( B_{oi} + \frac{1}{3} h_0^2 h' - \frac{1}{12} h_0^3 \right) \right\} \dots\dots(15)c$$

全断面に関する断面定数は(14)式, (15)式の総和として次式より求められる。

$$D_{yy} = D_{yy}^f + D_{yy}^w + D_{yy}^r,$$

$$R_{yy} = R_{yy}^f + R_{yy}^w + R_{yy}^r \dots\dots(16) a,b$$

また,  $K_{yy}$  は  $K_{yy} = -D_{yy}$  の関係が得られるので省略した。これらの座標, および断面定数を用いて, (2)式より軸応力が求められ, それを(1)式に代入して有効幅が得られる。(1)式の分子の積分において,  $B_x$  座標の積分は次式で求められる。

$$\int_0^b B_x dy = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \int_0^{h_0} B_{xi}^2 dS \dots\dots(17)$$

4. I.D.R. との比較

I.D.R. の規定では縦リブに関するパラメーターとして次の2つを用いている。

$$\alpha = \frac{\bar{A}_o}{t_f b}, \quad \beta = \frac{A_f}{A_w} \dots\dots(18)a,b$$

上式中の記号は前記の記号を用いて次のように表される (図-2 参照)。

$\bar{A}_o$ : 幅  $b$  区間の縦リブ断面積 ( $\bar{A}_o = A_o \times N / 2$ )

$A_f$ : 縦リブを含めたフランジ断面積

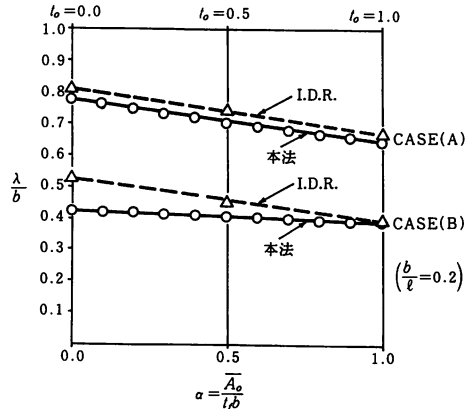
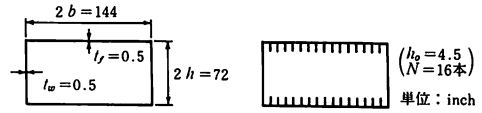


図-4 I.D.R. の規定 (パラメーター  $\alpha$ )

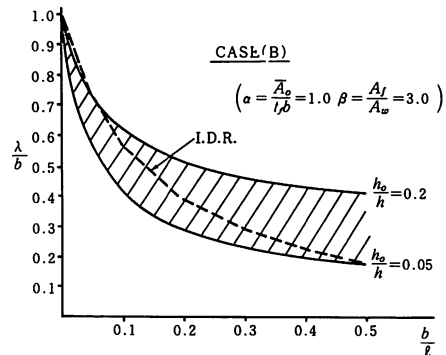
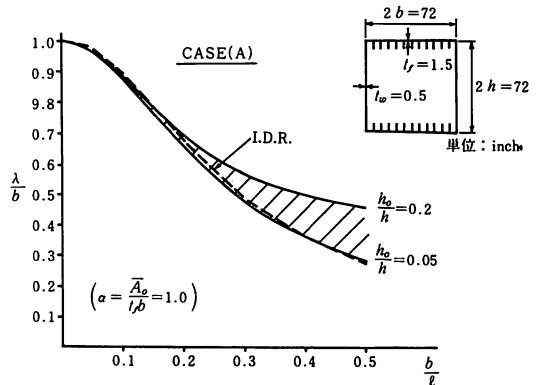


図-5 パラメーター  $\alpha$  の検討

$$(A_f = 2t_f b + A_o N)$$

$A_w$ : 全ウェブ断面積 ( $A_w = 4t_w h$ )

規定では  $\alpha$  について表-1 のように有効幅比 ( $\lambda/b$ ) を与え, また,  $\beta$  は集中荷重にのみ関するパラメーター

箱桁の有効幅に及ぼす縦リブの影響

ターとし、有効幅比  $\bar{\psi}$  は表中の値  $\psi$  に次式のように補正値を乗じて求めることとしている。

$$\psi = \bar{\psi} \times (1.08 - 0.04\beta) \dots (19)$$

ここでは、この  $\alpha$  および  $\beta$  について本法と比較することにより I. D. R. の規定を検討してみた。

4.1 パラメーター  $\alpha$

規定は、 $\alpha = 0$  と  $\alpha = 1$  に対する有効幅比を表-1のように与え、それらの中間の  $\alpha$  に対しては直線補間で求めることとしている。この規定は有限要素法を用いた計算値<sup>3)</sup>に基づいており、その結果を示したのが図-4である。図の△印が有限要素法で得られた値であるが、そこでは箱形断面の諸寸法、縦リブ長、本数を固定しリブ厚のみを変化させた断面について計算している。図に示した各寸法を用いるとリブ厚  $t_o$  の変化がパラメーター  $\alpha$  の変化に対応する。破線で示すように  $\alpha$  に対し有効幅比は直線関係を示し、これを基に前述の表-1の規定を与えている。○印は、同様にして本法で求められた計算値を示したものであるが実線で示すようにほぼ直線で結ばれることが認められる。

しかしながら、 $\alpha$  をパラメーターとして採用するためには、図示した以外の種々の寸法を有する箱桁についての検討が必要である。これまで我々の行なったリブなし断面を対象とした有効幅に関する解析では、断面寸法を表わすパラメーターとして  $b/h$ ,  $t_f/t_w$  を取り上げ、それらによって有効幅がかなり影響を受ける結果を得ている<sup>1)</sup>。ここでは、縦リブの影響を検討するため、 $b/h$  と  $t_f/t_w$  を固定し、種々の縦リブ寸法および本数に対し有効幅を計算してみた。その1例が図-5である。諸寸法を図の値とし、 $\alpha = 1.0$  となるようなリブ長  $h_o$ 、リブ厚  $t_o$ 、本数  $N$  の組合せの断面について、有効幅は  $h_o/h$  に対し斜線部に示す範囲で変化する。破線は、I. D. R. の規定を示しているが、規定は図の斜線部の範囲の有効幅を1本の線で表示しているといえる。分布荷重に対するCASE(A)では、規定値がほぼ本法の下限値に一致していることから設計に適用できるが、集中荷重に対するCASE(B)では、本法で与えられる範囲の中間値となり設計に用いるには問題がある。

前述のように  $\alpha = 0.0$ 、すなわち、リブなし断面の場合においても  $b/h$ ,  $t_f/t_w$  によって有効幅が変化し、また、図-5より  $\alpha = 1.0$  としても縦リブ寸法および本数により変化することから I. D. R. の規定に用いられている  $\alpha$  はパラメーターとして疑問があるよ

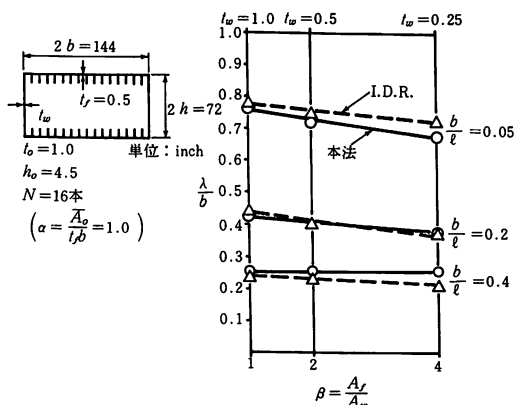


図-6 I.D.R.の規定(パラメーター  $\beta$ )

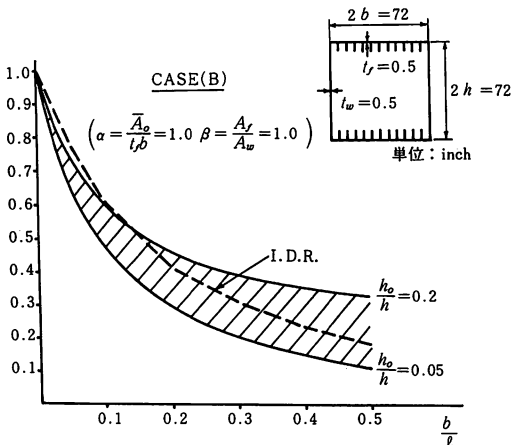


図-7 パラメーター  $\beta$  の検討

うに思われる。

4.2 パラメーター  $\beta$

もう1つのパラメーター  $\beta$  は、集中荷重の場合についてのみ適用されるもので、規定では、(19)式のように補正値を表-1の値に乘することとしている。この補正式中に  $\beta$  が含まれ、 $\alpha$  と同様に有限要素法の計算結果<sup>3)</sup>に基づいて与えられている。図-6はその結果を示しているが、ウェブの厚さ  $t_w$  以外の諸寸法をすべて固定し、各  $t_w$  を持つ箱形断面に対し求められた有効幅が△印である。この  $t_w$  に対し、 $\beta$  は図示のような値を持ち、破線で示すようにこれらは直線関係にある。この直線式が(19)式であり、 $\beta = 2$  に対する有効幅比が表-1で与えられている。これと同様に本法を適用したのが○印で、やはり直線関係を示す。しかし、この場合も  $\alpha$  と同様  $\beta$  を一定

としても縦リブ寸法および本数によって有効幅は異なった値となる。 $\beta=1.0$ となるリブ寸法および本数に関し示したのが図-7である。 $\beta$ に関しても図の斜線部の範囲を破線で示す1本の線で補なうことには無理があるように思われる。リブなし断面の場合、 $\beta$ は  $(t_f b) / (t_w h)$  として表わされるが、この比が一定となる  $b/h$ ,  $t_f/t_w$  の組み合わせは種々考えられ、それらについて異なった有効幅が得られた<sup>4)</sup>。

したがって、パラメーター  $\beta$  についても検討の余地があるように思われる。

## 5. ま と め

2軸対称箱形断面に任意寸法、本数の縦リブが等間隔に配置する断面を対象に、若者らの誘導したせん断変形理論を用いて有効幅の求め方を示した。本報告で表示した座標および断面定数を用いると小容量の小型コンピューターでも簡単に有効幅、およびせん断遅れの解析が可能となる。本理論は、断面形不変を基本的仮定としているため、縦リブを含むフランジ板自身の曲げは考慮していない。それがどの程度の影響を及ぼすか検討の余地はあるが、実際面で十分なダイヤフラム等の設計により、実用的には問題がないと思われる。

本報告で示した方法により有効幅を計算し、縦リブの影響を考慮した I. D. R. の規定と比較したところ、有限要素法の計算値に基づいて定めているにもかかわらず、パラメーターには疑問があることが示された。すなわち、規定のパラメーターは、種々の断面寸法、縦リブ寸法、および本数を有する箱形断面を補なっているとはいえ、さらに検討の余地があると思われる。I. D. R. の規定を修正した BS5400 の草案<sup>5)</sup> では、桁形式を4種類に限定し、各々の桁の注目点、例えば支点部分、桁中央部分等に関し  $b/l$  に対し有効幅を表示しているが、等価スパン長の概念を削除した点、および縦リブの影響としてパラメーター  $\alpha$  を用いている点に問題が残っていると思われる。

本法の有効幅は、小型のコンピューターで十分計算可能であるとはいえ、設計に用いるためには、まだパラメーターの数が多過ぎるという面で問題が残っている。すなわち、現段階では、縦リブの影響を表わすパラメーターとして I. D. R. の  $\alpha$ ,  $\beta$  の他に  $h/h_0$  をとっており、また縦リブを除いた横断面形状および寸法を表わすパラメーターとして、 $b/h$ ,  $t_f/t_w$  を用いている。実用断面を想定したこれらパラメ

ーターの整理、あるいは近似式による有効幅の表示について現在検討中である。

最後に、本研究を行なうにあたり御指導頂きました秋田大学鉱山学部土木工学科薄木征三助教授に心から感謝の意を表する次第です。

## 参 考 文 献

- 1) 堀江：鋼箱桁橋のフランジ有効幅に関する基礎的研究，秋田高専研究紀要第16号，pp.85～92，1981—2。
- 2) 堀江：連続桁の有効幅に関する2・3の考察，秋田高専研究紀要第18号，pp.78～86，1983—2。
- 3) Moffatt and Dowling：Parametric study on the shear lag phenomenon in steel box girder bridge, CESLIC Report, BG17, Imperial College of Science and Technology, London, 1972.
- 4) Horie, Usuki and Watanabe：A FEW REMARKS ON THE SHEAR LAG ANALYSIS AND THE EFFECTIVE WIDTH OF BOX GIRDER BRIDGE, Civil Engineering for Practicing and Design Engineers, Vol.3, pp.569～586, 1984.
- 5) BS 5400, Part3 Under Rough Draft, 1980—3。