

雄物川における流量時系列の解析について**

長谷部 正彦・中村 英一*

Analysis of the River Discharge Sequence for the Omono River

MASAHIKO HASEBE, EIICHI NAKAMURA

(昭和47年10月31日受理)

1. ま え が き

河川流量の予測は、目的によって異なる。短期の予測ばかりでなく、月や旬を単位とした中期予測も重要である。そこで河川流量を流量時系列と考慮し、その変動の平均的様相、あるいは平均値からのちらばりを知れば、年間を通しての平均流量の把握、及び変動の周期的要因の有無などについての手がかりが得られるはずである。本解析は、雄物川上流部の柳田橋地点(流域面積A=4 km²)の旬流量時系列解析の結果である。又最後に日流量時系列との比較を試みた。

2. 長 期 傾 向

時系列理論によれば、流量時系列は傾向成分(T_t)、周期成分(P_t)、確率変動成分(ξ_t)に分解され式(2-1)で示される。

$$Q_t = T_t + P_t + \xi_t \dots\dots\dots (2-1)$$

Q_t: 任意時刻tにおける河川流量

柳田橋における昭和31年~昭和41年迄の11年間の年総日流量を図-1に示す。年数と総日流量の間の回帰直線

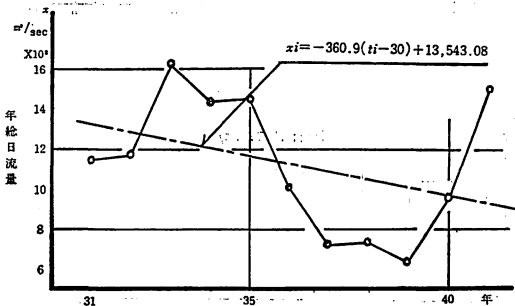


図 1

をひき、その回帰係数の有意性を検定すれば、傾向成分があるか、ないかを知る。本例では回帰係数が-360.9となり、自由度N-2のt分布をなすことから、t=2.26を得ると、回帰係数bは-1094 < b < 734となりb=0という仮設は棄却できない。(但し信頼係数0.95)即ち統計的に長期傾向は認められない。

3. 周 期 変 動

傾向成分を除いた旬流量の系列をX_tとすると、(2-1)式はX_t=P_t+ξ_tとなる。X_tの系列より周期成分を抽出するために、自己相関々数、式(3-1)を用いた。

$$R(K) = \frac{1}{N-K} \sum_{i=1}^{N-K} (x_i - \bar{x})(x_{i+K} - \bar{x}) \dots\dots\dots (3-1)$$

N: 観測した資料の料 x_i: 任意の観測値

\bar{x} : 資料の平均値 K: 0, 1, 2, ... (N-1)

X_tのコレグラムを(3-1)で計算し、図3-aに示した。図によると36旬(1年)周期は、明瞭にみられ、その他に山がとがり、谷が偏平なので、更に高調波が含まれていると推察される。そこで明らかに36旬周期が存在することが理解されたので、time lag M=36としてスペクトル密度を(3-2)で計算し、各々の高調波を抽出した。(自由度F=20)

$$S(K) = 4\Delta\tau \left\{ \frac{R(0)}{2} + \frac{R(M)}{2} \cos K\pi + \sum_{i=1}^{M-1} R(K) \cos \frac{i\pi K}{M} \right\} \dots\dots\dots (3-2)$$

R(i): i番目の自己相関係数,

Δτ: 刻み M: time lag

図3-1イにスペクトル密度を示す。図から明らかのように36旬, 18旬, 12旬, 9旬, 7.2旬の周期成分が存在することがわかる。そこで周期成分P_tを36旬を基本周

* 秋田大学大学院修士課程2年
** 本報は第26回年次講演会と1部重複する。

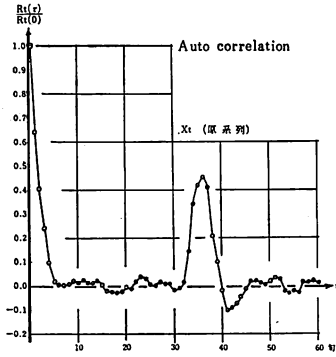


図 3-a

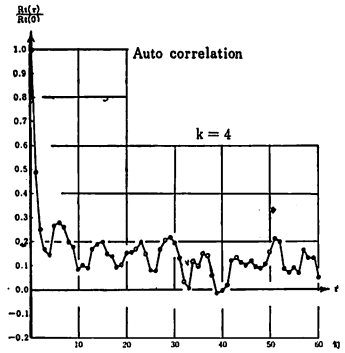


図 3-e

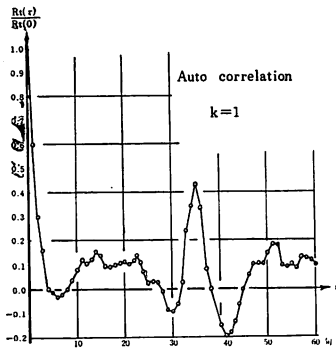


図 3-b

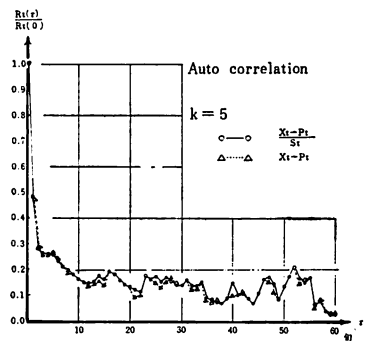


図 3-f

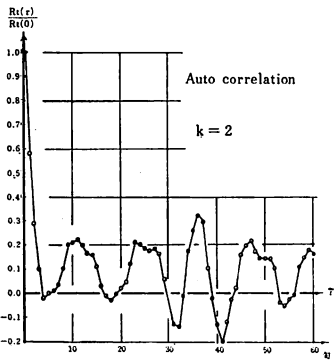


図 3-c

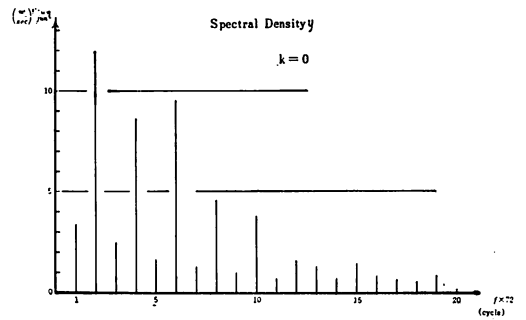


図 3-i

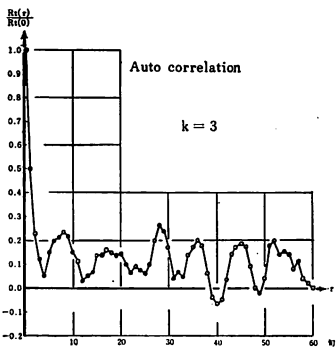


図 3-d

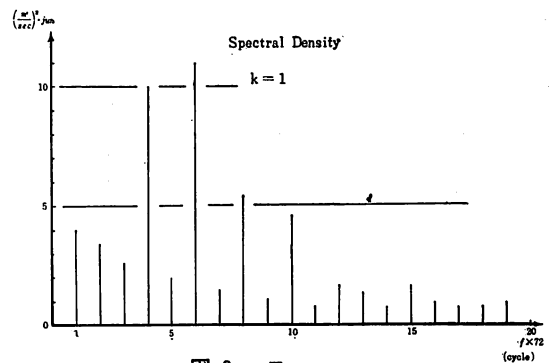


図 3-k

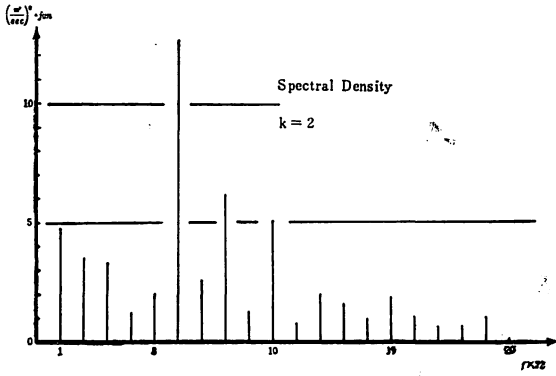


図 3 - a

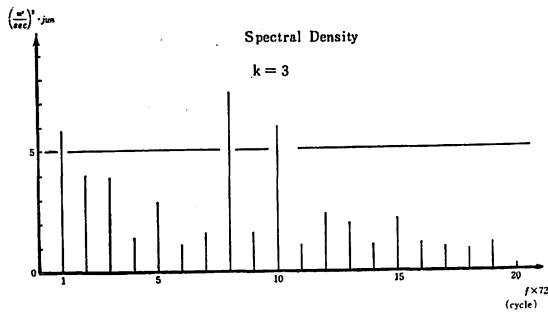


図 3 - b

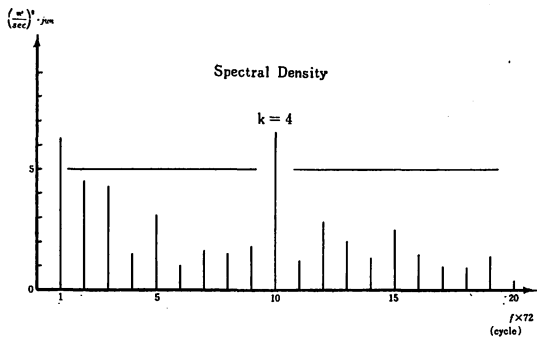


図 3 - c

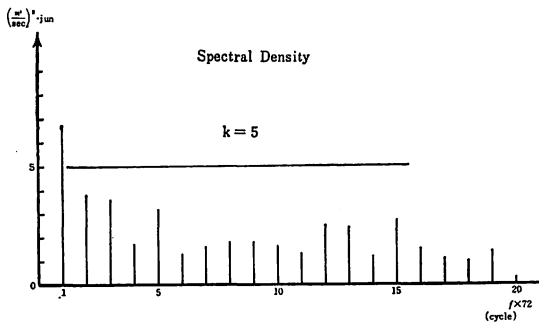


図 3 - d

期とするフーリエ級数で表わし、 x_t の系列から $k = 1$ (36旬), $k = 2$ (18旬), $k = 3$, $k = 4$, $k = 5$ までを順次分離した。その時のコロログラムを図3-b, c, d, e, f に示した。 $k = 5$ では、周期成分がなくなっていることがわかる。

$S(K)$ も順に周期成分が消去されていっていることがわかる。その図を図3-e, f, g, h, i, j に示している。自己相関々数とスペクトル密度で周期性の存在を確かめたが、両者は一致していることが理解される。自己相関々数の信頼限界は

$$r_k = \frac{-1 \pm n_a \sqrt{N-K-2}}{N-K-1}$$

で表わされ、 n_a は信頼水準で決まり、ここでは $\alpha = 95\%$, $n_a = 1.960$ を使用した。又この時の P_t は (3-3) 式で示される。

$$P_t = 31.08 - 2.919 \cos \frac{2\pi}{36} t + 13.986 \sin \frac{2\pi}{36} t - 8.956 \cos \frac{4\pi}{36} t - 9.257 \sin \frac{4\pi}{36} t + 10.643 \cos \frac{6\pi}{36} t - 8.794 \sin \frac{6\pi}{36} t + 0.601 \cos \frac{8\pi}{36} t + 9.272 \sin \frac{8\pi}{36} t - 5.527 \cos \frac{10\pi}{36} t - 5.591 \sin \frac{10\pi}{36} t \dots (3-3)$$

実測の各旬の平均値と P_t を比較して図-4 に示した。

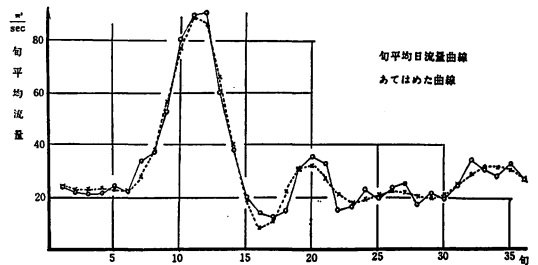


図 4

4. 旬流量時系列の基準化

X_t から各旬の平均値 P_t をひけば、 $X_t - P_t$ は平均値 0 の系列になり、更にこれを $(X_t - P_t)$ のまわりの標準偏差 S_t でわれば、 $Y_t' = (X_t - P_t) / S_t$ は、平均値 0、

分散 1 の系列になる。本例によれば、各句ごとに S がほとんど変化していない。これを確かめるために $(X_t - P_t) / S_t$ の系列のコレログラムを図 5 に示し、この図

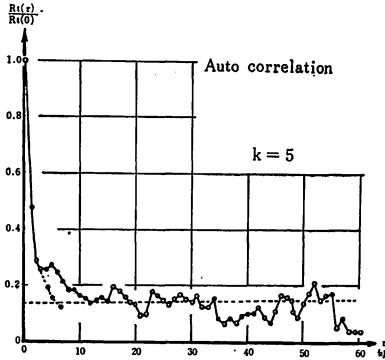


図 5

に $k=5$ の $(X_t - P_t)$ のコレログラムをも示すと両者はほとんど一致している。このことから、 $(X_t - P_t)$ の分散が独立に分布していると考えてよいことが理解される。そこで全分散を S^2 として、新たな系列 $Y(t) = (X_t - P_t) / S$ の系列を考えて、平均値と分散を計算すると

$$\bar{Y} = -0.003, \quad SY = 1.018$$

となり定常化されている。〔(0, 1) にならないのは、フーリエ級数で近似した誤差であると考えられる。〕次に順次高調波を除去していった時の各高調波の分散の減少を表 1 に示す。k = 5, k = 6 では分散の値いがほぼ同じ値いで k = 5 の頃まで含めたことの妥当性を示している。

表 1

k	$(X_t - P_t)$ の分散 / 原系列の分散
1	0.9316
2	0.8720
3	0.7982
4	0.7623
5	0.7354
6	0.7344

5. 時系列理論による解析

Y_t の系列は、平均値 0, 標準偏差 1, であるが、そ

のコレログラムは、図 3-f に示されている。

時系列理論によれば、コレログラムが減衰振動の型、又は減衰曲線の型をとる場合には、時系列は式 (5-1) の定差方程式をみたすことが知られている。

$$X(t) + a_1 X(t-1) + \dots + a_k X(t-k) = \eta(t) \quad (5-1)$$

係数 a_1, a_2, \dots, a_k は自己相関々数によって決定される。(5-1) は k 次のマルコフ過程という。

実測のコレログラムでは、 $Y_1 = 0.4784$ で一次のマルコフ過程では $r_1 = -a_1$ となる。また原変動の分散 (Y_t) と $\eta(t)$ の分散の比を

$$K^2 = S^2(\eta(t)) / S^2(Y_t)$$

とすると、解析効果は、 $1 - K^2 = Y_1^2 = 0.229$ で示される。即ち Y_t に含まれる規則成分の分散は、全分散の 22.9% で、純偶発成分の分散が 77.1% であることが理解される。更に 2 次のマルコフ過程を適用すると、式 (5-2) で示され、(5-2) で a_1, a_2, k^2 を計算すればよい。

$$a_1 = r_1(r_2 - 1) / (1 - r_1^2)$$

$$a_2 = r_1^2 - r_2 / (1 - r_1^2)$$

$$K^2 = \frac{1 - a_2}{1 + a_2} \left\{ (1 + a_2)^2 - a_1^2 \right\}$$

$$\dots (5-2)$$

本例では、 $Y_1 = 0.4784, r_2 = 0.2914$ を用いて計算すると、 $a_1 = -0.4396, a_2 = -0.0805, K^2 = 0.766$ を得る。故に解析効果は $1 - K^2 = 0.234$ である。一次に比べると精度は、ほとんど変化がない。次に 3 次のマルコフ過程を適用すると $a_1 = -0.4292, a_2 = -0.0256, a_3 = -0.1264$ を得る。 $1 - K^2 = 0.246$ となり約 2% 向上する。しかしこれ以上次数をふやしても解析効果に急激な上昇がないことがわかり、3 次のマルコフ過程を適用した。図 3-f で点線で示した。その時の純偶発成分 $\eta(t)$ は (5-3) で示される。

$$Y(t) - 0.4292 Y(t-1) - 0.0256 Y(t-2)$$

$$- 0.1264 Y(t-3) = \eta(t) \quad (5-3)$$

(5-3) で $\eta(t)$ を求め $\eta(t)$ の分散を計算してみると $S\eta^2 = 0.761$ となり $Sr^2 = 1$ より実測の $K^2_{ob} = 0.761$ となる。

又 $k^2_{cal} = 0.754$ となり

$$K^2_{cal} / K^2_{ob} = 0.991$$

となり誤差は 0.9% であった。 $\eta(t)$ の分散がかなりのげんみつであることが理解される。参考にマルコフ過程の各係数と解析効果を表 2 に、又 $\eta(t)$ のヒストグラムを図 6 に示す。

表 - 2

	a_1	a_2	a_3	$1 - K^2$
$k = 1$	-0.4784	—	—	0.229
$k = 2$	-0.4396	-0.0805	—	0.234
$k = 3$	-0.4292	-0.0256	-0.1264	0.246

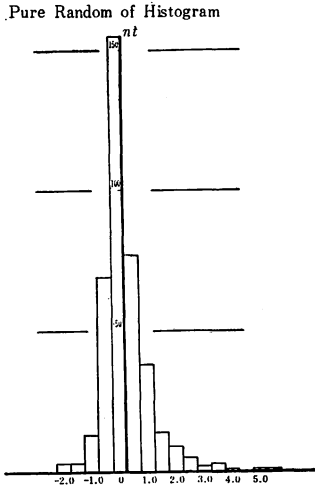


図 6

6. 日流量と旬流量と流域の応答

柳田橋地点での旬流量の Simulation と日流量の Simulation¹⁾とを比較してみた。(日流量の解析では、利水上の解析のために6, 7, 8, 9月の資料を使用)この場合に6, 7, 8, 9月の自己相関々数の図は、図一7, 図一8に示してある。S41はS35に比べると

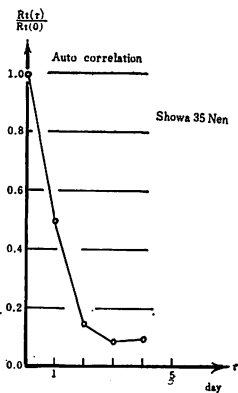


図 7

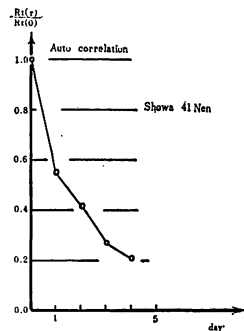


図 8

自己相関が異なっているが、これは各々の年によって自己相関が変化してくるのは、河川の改修工事、地質条件の変化、気温の変化等により、起るものと考えられる。旬流量では過去11年間のデータの平均値を使用しているのであるが、このことからS35が過去11年間を通して平均的な年の様相を示しているともいえる。そこでS35年の日流量と旬流量の解析効果を比較すると、ほとんど一致していると思われる。このことは旬流量の系列が定常化されていると理解される。

次に流域の応答を調べるために(日流量での)、相互相関、クロススペクトル、パワースペクトル、コヒーレンスを、図一9, 10, 11, 12に示してある。図一12より、この流域については、降雨(INPUT)と流量(OUTPUT)とは、非線型だと推察される。(図一13のみでは断言できないのだが)

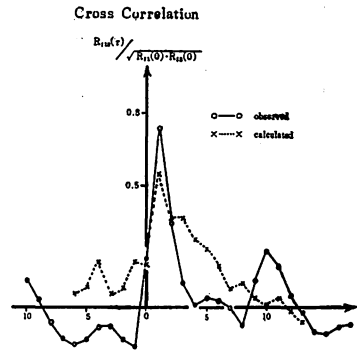


図 9

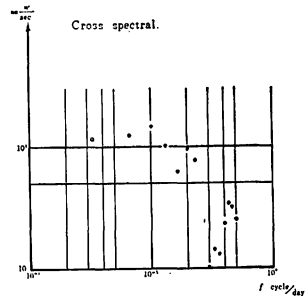


図 10

このことから降雨と流量に関してシステム関数を使用して、統計的モデルを使用することは、日単位では、(柳田橋地点)非常に精度がよくないと思われる。その原因として考えられるのは、降雨資料に比べて流量資料が非常に精度が悪いということに原因があると考えられる。

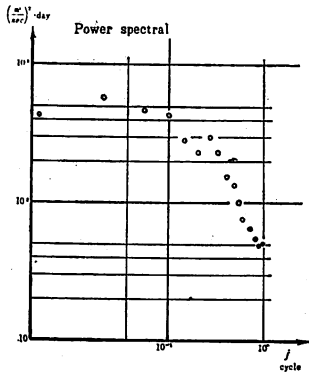


図 11

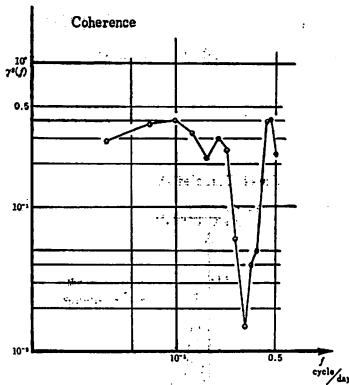


図 12

このような理由で伝達関数を使用せず本例では、旬流量で解析してみた。

7. あとがき

周期変動を抽出するのに、スペクトル密度を適用した

が、柳田橋地点では、高調波に関しては顕著に周期性が抽出された。資料不足であったけれども、データが多いとまだ精度が向上できるであろう。日流量の Simulation の方法については降雨量と流量について非線型の要素が強いので、応答関数を使用することは適していない。今後どのようにして日流量を Simulate するかは、次の機会にします。又流量資料の精度も今後問題になるであろう。

参 考 文 献

岸, 平山, 張: 北海道大学研究報告, 台湾省における月流量時系列の解析 53 p. 1~34 (1968)
 岸; 水流量の時系列としての特性とその解析 p. 38~58 (1968)
 小河原正己: "時系列論とその応用" 金原出版 (1966)
 堀川 明: "ラニダム変動の解析" 共立出版 (1965)
 R. B. BLACKMAN AND J. W. TUKEY; "THE MEASUREMENT OF POWER SPECTRA" Dover (1958)
 岸, 平山, 長谷部: 土木学会北海道支部講演会論文集 p. 237~241 (1970)
 長谷部, 中村: 第26回年次学術講演会講演集 雄物川における旬流量時系列の解析について p. 425~428 (1971)
 長谷部, 中村(1): 第27回年次学術講演会講演集 雄物川における確率的シミュレーションの研究 p. 359~362 (1972)