

# デジタルコンピュータによる 連続系のシミュレーション

柳 原 昌 輝

Digital simulation of continuous systems

masateru YANAGIWARA

(昭和47年10月28日受理)

## 1. ま え が き

現在、自動制御系の解析および電気過渡現象の解析には、主としてアナログコンピュータが多く用いられている。しかし、計算精度、演算器の数、スケール変換、要素の種類等を考慮するとき、アナログコンピュータに代るものとしてデジタルコンピュータによるシミュレーションが考えられる。シミュレーション言語を使用したデジタルシミュレーションは今までいくつか発表されている。本文は、これらの文献を参考にし、アナログコンピュータで問題を解析するとき多く使用されるブロックダイアグラム(伝達関数表示)または、微分方程式の形をそのまま利用したデジタルシミュレーションを考えた。結果をアナログコンピュータによる応答と比較したので2~3例について述べる。

なお、使用したコンピュータはFACOM 230-35(情報処理研修センター)でプログラムはFÖRTRAN IVである。

## 2. デジタルシミュレーションの利点

デジタルシミュレーションのアナログコンピュータによるシミュレーションに対する利点を列挙すれば次のとおりである。

- ① アナログコンピュータによる場合とほとんど同じ形で解析することができる。
- ② 時間領域で解析可能な問題はすべて解析することができる。
- ③ 積分法としてRunge-Kutta-Gill法を用いる。
- ④ アナログコンピュータより複雑な系でも簡単に取扱うことができる。
- ⑤ 出力の形として数値、グラフの両方がだせるため検討の際、非常に便利である。

- ⑥ 同じモデルを使ってパラメータを変えることにより、繰返し演算できる。
- ⑦ アナログコンピュータの場合問題となる time-scale, scale 変換を考慮する必要がない。
- ⑧ 線形問題はもちろん、非線形問題も取扱い易い。
- ⑨ 計算精度を要求する問題に適している。
- ⑩ プログラム・ブロック間の組合せ応用がし易い。

## 3. プログラムの概要

伝達関数または、微分方程式で表わされた系をデジタルコンピュータで扱う場合、これらは連立一階常微分方程式

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(t, y_1, y_2, y_3, \dots, y_{j-1}) \quad (i=1 \sim j-1)$$

を初期条件

$$t = t_0 \text{ において } y_i = y_{j0} \quad (i=1 \sim j-1)$$

で解く初期値問題となる。

これを解く積分法には、矩形法、Runge-Kutta法、Milne法、Runge-Kutta-Gill法その他種々の方法が考えられるが計算精度、計算速度の点を考慮し、ここでは、Runge-Kutta-Gill法を使用した。

### 3-1 プログラムの構成

プログラムは、メインプログラムおよびサブプログラム2個から成る。はじめにメインプログラムは次の構成を成している。

- (1) 定数、初期値設定
- (2) 演算準備
- (3) 関係式
- (4) 必要なサブプログラムをCALLする

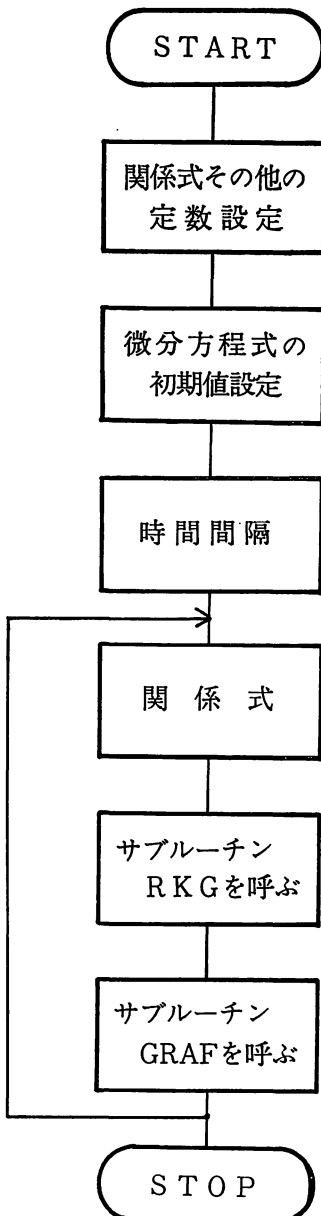
プログラムのブロック流れ図は第1図に示すとおりであ

る。

(1), (2)においては与えられた問題を定められた形に直し, 微分方程式の初期値の設定も行う。(3)は求めた連立一階常微分方程式であり, (4)ではこの微分方程式を解くため, RKG を呼びだしその後 GRAF も呼び出して計算結果およびグラフを出力する。

次に, サブプログラムは次の2つから成っている。

- (1) RKG 法による微分方程式解法プログラム
- (2) 計算結果をグラフ化するプログラム

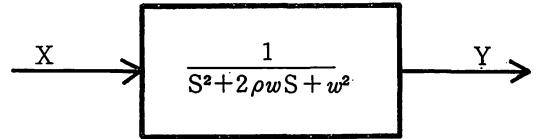


第 1 図 プログラムのブロック流れ図

4. 計 算 例

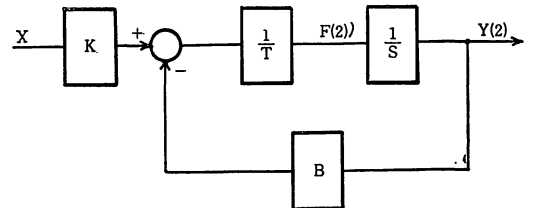
4-1 ブロック線図 (伝達関数表示) で与えられた場合

- 一次遅れの場合



第 2 図 ブロック線図

第 2 図より  $K/(B + TS) = Y/X$  だから  
 $SY = (KX - BY)/T$



第 3 図 デジタルブロック線図

第 3 図において

$$t = Y(1) \quad F(1) = \dot{Y}(1)$$

$$y = Y(2) \quad F(2) = \dot{Y}(2)$$

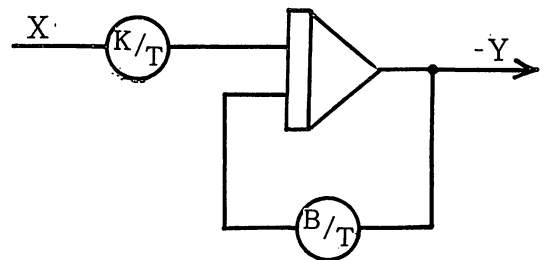
とすれば, 初期条件  $t = 0$  において  $y = 0$  より  $Y(1) = 0$ ,  $Y(2) = 0$  が求まり, もう一本

$$F(2) = (X \cdot K - B \cdot Y(2))/T$$

の関係式が得られる。

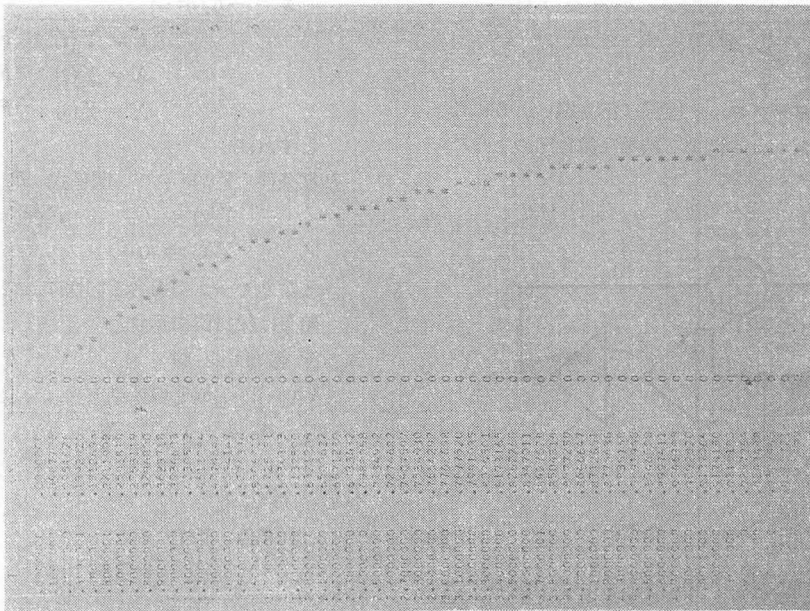
前式が初期条件, 後式が関係式となる。

このアナログブロック線図は第 4 図のようになる。

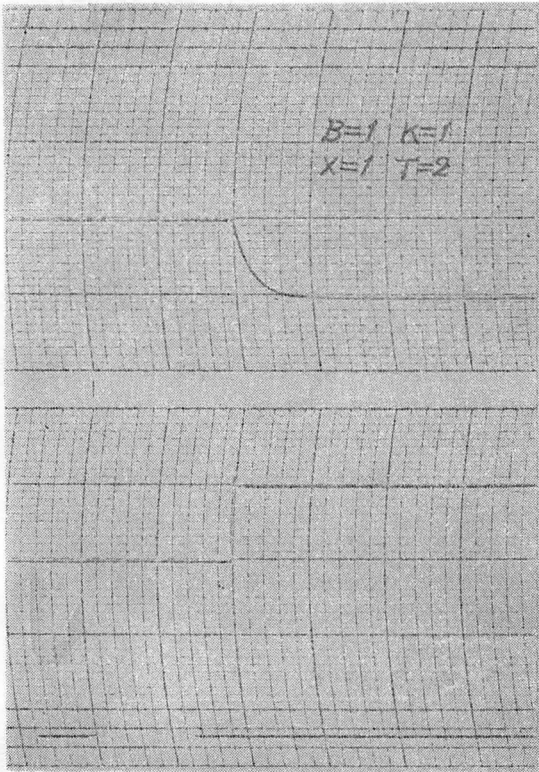


第 4 図 アナログブロック線図

デジタルコンピュータによる結果は第 5 図, アナログコンピュータによる結果は第 6 図に示す。



第 5 図 デジタルコンの出力結果

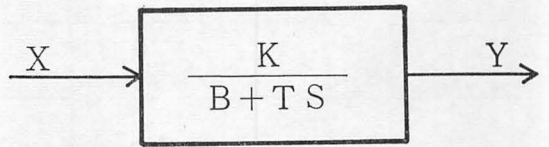


第 6 図 アナコンの出力結果

○ 二次遅れの場合

第 7 図より  $1/(S^2 + 2\rho\omega S + \omega^2) = Y/X$  だから

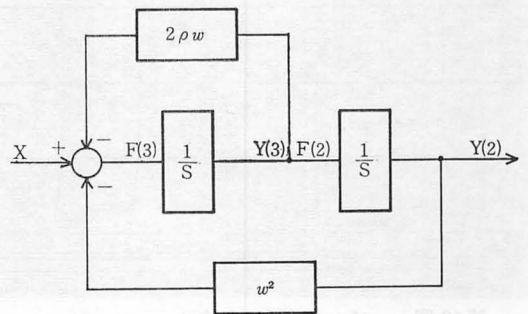
昭和48年 2 月



第 7 図 ブロック線図

$$S^2 Y = X - 2\rho\omega SY - \omega^2 Y$$

第 8 図において



第 8 図 デジタルブロック線図

$$t = Y(1) \quad F(1) = \dot{Y}(1)$$

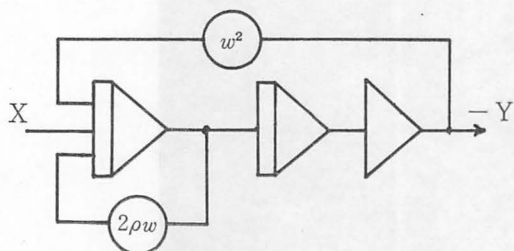
$$y = Y(2) \quad F(2) = \dot{Y}(2)$$

$$\dot{y} = Y(3) \quad F(3) = \dot{Y}(3)$$

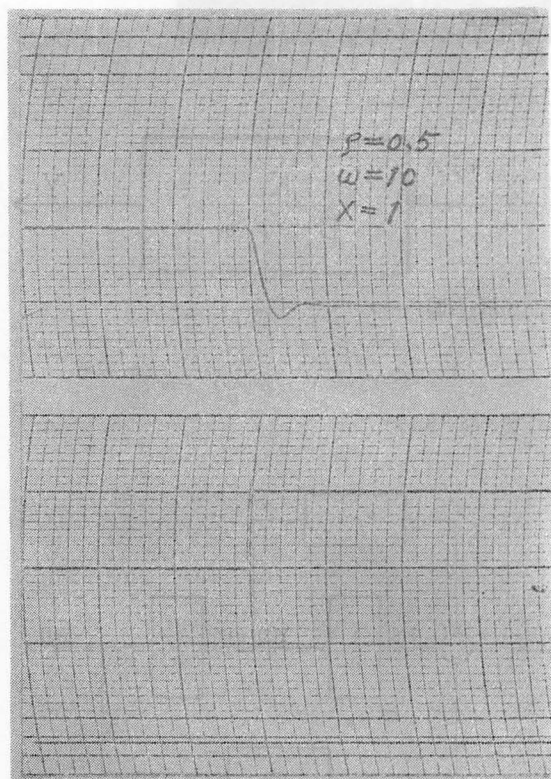
とすれば

初期条件  $Y(1) = 0$  関係式  $F(2) = Y(3)$   
 $Y(2) = 0$   $F(3) = X - 2\rho\omega Y(3) - \omega^2 Y(2)$   
 $Y(3) = 0$

となる。このアナログブロック線図は第9図のようになる。アナログコンピュータによる結果は第10図のようになる。



第9図 アナログブロック線図



第10図 アナコンの出力結果

4-2 微分方程式で与えられた場合

○ 線形問題

振り子の振動方程式を  $m\ddot{x} = -kx$  とし  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $k = 1 \text{ kg/sec}^2$  とする。  $t = 0$  において  $\dot{x} = 0$ ,  $x = C_0$  とした場合について解く。

$$\ddot{x} = -K/M \cdot X$$

$$t = Y(1) \quad F(1) = \dot{Y}(1)$$

$$X = Y(2) \quad F(2) = \dot{Y}(2)$$

$$\dot{X} = Y(3) \quad F(3) = \dot{Y}(3)$$

とすれば

初期条件  $Y(1) = 0$  関係式  $F(2) = Y(3)$   
 $Y(2) = C_0$   $F(3) = -K/M \cdot Y(2)$   
 $Y(3) = 0$

となり 4-1 の場合と同様にして解かれる。結果は第11図に示す。

○ 非線形問題

Van-der-pol の振動方程式を取り上げてみる。

$$\dot{X} - \mu [1 - (X)^2] \dot{X} + X = 0$$

$$\mu = 1, t = 0 \text{ のとき } X = 2.5, \dot{X} = 0$$

線形と同様にして

初期条件  $Y(1) = 0$   
 $Y(2) = 2.5$   
 $Y(3) = 0$

関係式  $F(2) = Y(3)$

$$F(3) = \mu \cdot (1.0 - Y(2)**2) \cdot Y(3) - Y(2)$$

と簡単に求められる。結果を第12図に示す。

— 参 考 —

○○○Runge-Kutta-Gill 法○○○

連立一階常微分方程式

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(t, y_1, y_2, \dots, y_{j-1}) \quad (i=1 \sim j-1)$$

を初期条件  $t = t_0$  のとき  $y_i = y_{i0}$  ( $i=1 \sim j-1$ )

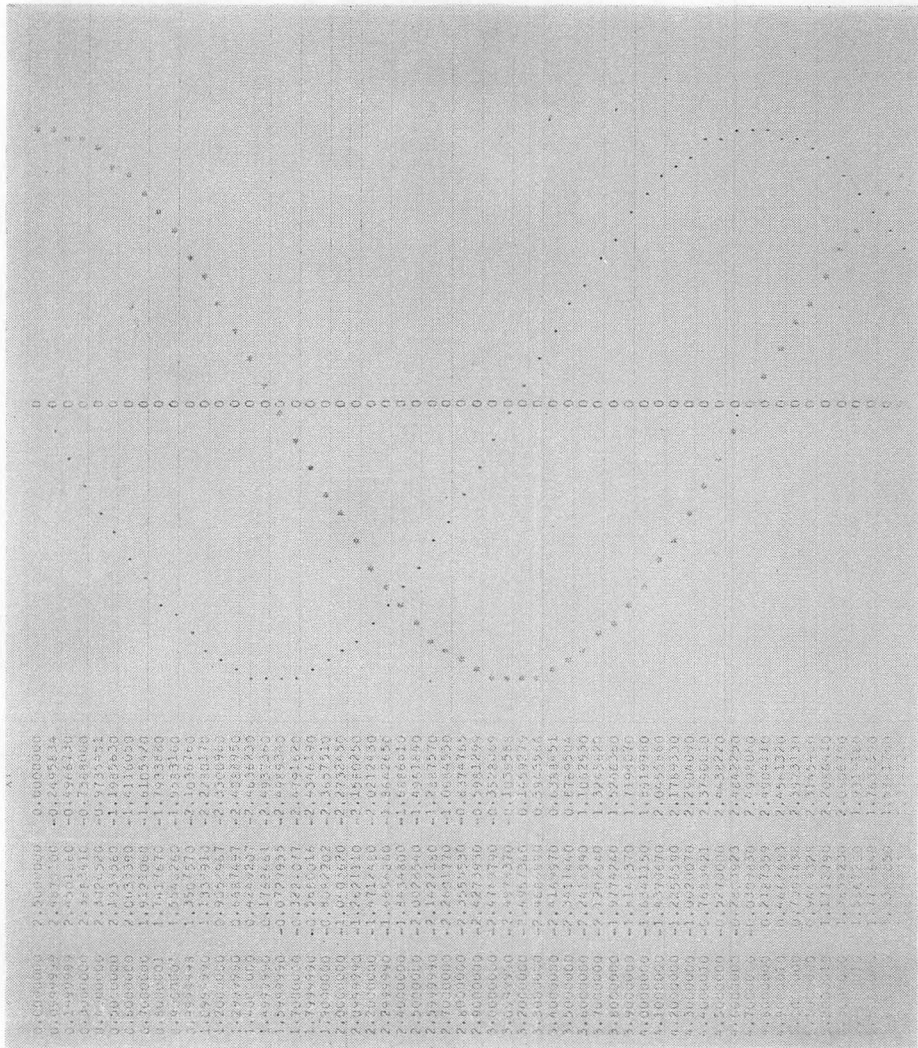
のもとで解く初期値問題として取扱う。

このときコンピュータでは  $t$  の値を  $\Delta t$  きざみにとり  $t_n = t_0 + n\Delta t$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) での  $y_i$  の値  $y_{in}$  を次々求めることにより解が得られる。

しかし、デジタルコンピュータで解く場合は、アナログコンピュータと違い、計算する(積分)値が前の段階で求められていなければいけないため、初めはすべて0とし、次からは1つ前のステップにおける値を利用して計算するものとする。

5. あとがき

以上、アナログ、デジタル両面において制御系を解析してきたが、二つのプログラム自体の構成は全く同じで、アナログの場合、各演算器の符号変換だけご注意ください。デジタルによる場合の構成図は、制御系の構成、情報の流れを理解する上においてわかりやすく、計算結果もグラフのみでなく、精度の高い数値が求められる。



第11図 線形振動の出力結果

れるため、特に精度を問題にするような制御系の解析（感度問題、最適制御等）において有益と思われる。

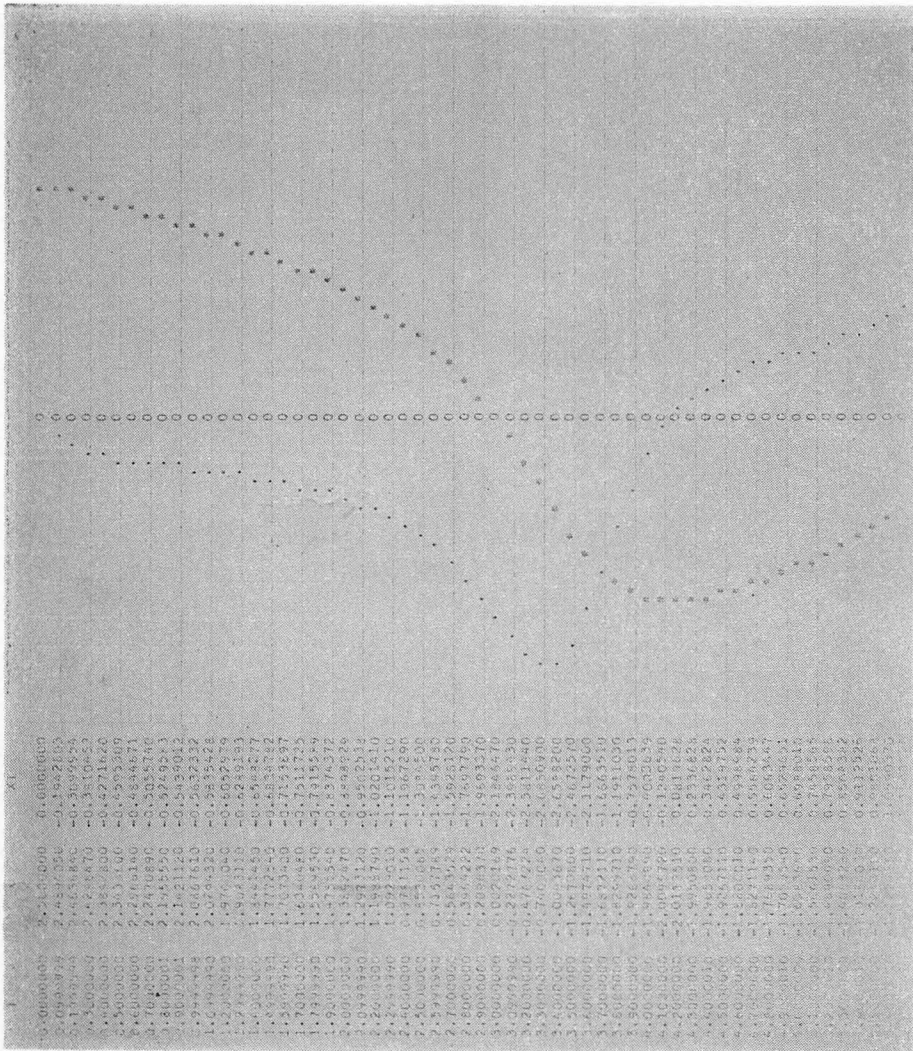
今後、色々な系について検討し、入力関係式の形を知らべ、連続系のシミュレーション言語を作成し、さらに関係式をFORTRAN言語に変換するPrecompiler-processorの作成に進んでいきたいと思う。

最後に、このプログラミングの方向付けをして下さいました青山学院大、間野浩太郎教授、並びにデータ整理、

図面作成に御協力下さいました本校卒業研究生佐藤順子君（日立ソフトウェアエンジニアリング内定）、須藤武君（秋田電子内定）、高田屋浩三君（日航内定）、守橋隆史君（日航内定）に厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 電気試験所彙報 33, 7, 808 (1969)



第12図 非線形振動の出力結果